

## Глава 2. Исследование стохастических закономерностей инициирования разряда в жидких диэлектриках

В настоящей главе рассматриваются методы восстановления плотности вероятности инициирования разряда  $\mu(E)$  на основе экспериментальных данных о пробое жидких диэлектриков на импульсном напряжении и синусоидальном напряжении линейно возрастающей амплитуды. На основе данных работ [81, 92] и собственных экспериментов получены зависимости  $\mu(E)$  для н-гексана, трансформаторного масла и перфтордибутилового эфира.

### 2.1. Функция плотности вероятности инициирования разряда. Зависимости вероятности пробоя от условий эксперимента

В стохастическом подходе, предложенном А.Л. Куперштохом в [99, 100], вводится макроскопическая функция  $\mu(E)$ , зависящая от локального электрического поля. Эта функция имеет смысл плотности вероятности инициирования пробоя с малого участка электрода, около которого напряженность поля в диэлектрике равна  $E$ , за малый интервал времени. В работе [99] сформулированы условия, при которых справедливо описание зарождения пробоя с помощью функции  $\mu(E)$ . Пусть характерный размер поверхности электрода  $L$ , с которой возможно инициирование пробоя, намного больше характерного масштаба микропроцессов, приводящих к образованию канала разряда. В качестве такого масштаба можно выбрать, например, диаметр канала, тогда характерный масштаб  $R_k \sim 1$  мкм (глава 1). Условие  $L \gg R_k$  не выполняется, по-видимому, только в случае электрода в виде острия с малым радиусом закругления.

Проведем разбиение поверхности электродов на элементы достаточно малой площади  $\Delta S_i \ll S$ . Аналогично работе [100], сделаем следующие предположения:

- 1) инициирование разряда с любого элемента площади не зависит от процессов на всех остальных элементах,
- 2) вероятность зарождения проводящей фазы с любого элемента поверхности в момент времени  $t$  не зависит от процессов, развивавшихся в пред-

шествующие моменты времени,

- 3) вероятность инициирования разряда с любых двух элементов за малый интервал времени  $\Delta t^j$  стремится к нулю с уменьшением этого интервала,
- 4) вероятность инициирования разряда с элемента  $\Delta S_i$  за время  $\Delta t^j$  в конкретном диэлектрике при фиксированных внешних условиях зависит только от локального электрического поля  $E$  и равна  $p = \mu(E) \Delta S_i \Delta t^j$ .

Из теории вероятностей известно, что сделанные предположения приводят к Пуассоновскому процессу для случайных событий [125]. Вероятность того, что инициирования разряда не произойдет в течение времени  $t$  с момента подачи напряжения на электроды, определяется из экспоненциального распределения [13, 100]:

$$P_-(t) = \exp(-H(t)), \quad (2.1)$$

где

$$H(t) = \int_0^t \left( \int_S \mu(E) ds \right) dt, \quad (2.2)$$

и интегрирование во внутреннем интеграле выполняется по всей площади электродов. Если время инициирования разрядной структуры значительно больше времени ее формирования  $t_{ин} \gg t_{ф}$ , то распределение вероятности отсутствия пробоя мало отличается от экспоненциального (2.1) [82, 99]. В этом случае величина  $H(t)$  имеет смысл безразмерного статистического времени запаздывания пробоя. Знак минуса у вероятности  $P_-(t)$  указывает на отсутствие пробоя; вероятность пробоя, соответственно, будет  $P_+ = 1 - P_-$ . Таким образом, если известна зависимость  $\mu(E)$ , можно приближенно рассчитать вероятность пробоя разрядного промежутка известной геометрии при заданной форме напряжения. Из определения  $\mu(E)$  следует, что чем меньше  $\mu(E)$ , тем меньше вероятность инициирования пробоя и тем больше импульсная электрическая прочность диэлектрика.

Вид функции  $\mu(E)$  зависит от конкретного физического механизма зарождения проводящей фазы, причем от конкретного типа диэлектрика зависят

лишь параметры этой функции. Интересно выявить физические механизмы инициирования разряда в диэлектрике. В [80-82] показано, что при пробое н-гексана между полусферическими электродами в электрических полях  $E_0 = 1 - 3.5$  МВ/см (диапазон статистических времен запаздывания 10 – 1000 нс) при атмосферном давлении конкурируют три механизма развития разряда: ионизационный механизм с анода и пузырьковые механизмы с анода и катода. В случае конкуренции нескольких механизмов очевидно, что их влияние аддитивно. Например,  $\mu(E) = \mu_{\text{и}}(E) + \mu_{\text{п}}(E)$  в случае одновременного действия ионизационного и пузырькового механизмов. При повышении давления пузырьковые механизмы подавляются [81, 82], и в этом случае, например, возможно установить связь вероятности инициирования разряда с ионизационным механизмом  $\mu(E) = \mu_{\text{и}}(E)$ .

Существенное влияние на электрическую прочность диэлектрика оказывает состояние поверхности электрода – шероховатости, присутствие пузырьков газа и пара, инородных частиц и т.д. [26-29]. Необходимость учета микронеоднородностей электродов доказана в экспериментах с «диффузионными» электродами, в которых в жидкости у поверхности электродов создавался тонкий проводящий слой [126]. При использовании «диффузионных» электродов электрическая прочность воды увеличивалась примерно в четыре раза [127]. Эти эксперименты подтверждают значительную роль состояния поверхности электродов в инициировании разряда.

Плотность вероятности инициирования разряда  $\mu(E)$ , очевидно, увеличивается с увеличением степени шероховатости электродов. При изменении шероховатости электродов электрическая прочность жидкости изменяется в соответствии с соотношением  $E \propto a^{-\nu}$  [128], где  $a$  – средний масштаб шероховатости электрода,  $\nu$  – коэффициент. Отсюда, можно записать  $E/E_0 = (a/a_0)^{-\nu}$ , где  $a_0$ ,  $E_0$  – фиксированные значения шероховатости и соответствующей ей электрической прочности. Рассмотрим частный случай плоских электродов и линейно нарастающей напряженности поля в разрядном промежутке  $E = k t$ . В

этом случае повторный интеграл в (2.2) заменой переменных  $t \rightarrow E$  сводится к интегрированию функции  $\mu(E)$  по  $E$ . Рассмотрим случай, когда при разных шероховатостях поверхности электродов вероятности пробоя одинаковы вследствие разных значений напряженности поля  $E_0$  и  $E_1$ . Из формул (2.1) и (2.2) получим равенство:

$$E_0(a/a_0)^{-\nu} \int_0^{E_1} \tilde{\mu}(E) dE = \int_0^{E_0} \mu(E) dE. \quad (2.3)$$

Здесь использовалось  $E_1 = E_0(a/a_0)^{-\nu}$ ,  $\tilde{\mu}(E)$  – плотность вероятности инициирования разряда при шероховатости  $a$ . Дифференцируя (2.3) по  $E_0$ , найдем, как связаны восстанавливаемые значения  $\mu(E)$  при разной шероховатости электродов:

$$\tilde{\mu}(E) = (a/a_0)^\nu \mu\left((a/a_0)^\nu E\right).$$

В случае, если  $\mu(E)$  можно представить однородной функцией степени  $m$  (например, степенной функцией), последнее соотношение сводится к умножению  $\mu(E)$  на величину  $(a/a_0)^{\nu(m-1)}$ . Аналогичные рассуждения справедливы при более сложной зависимости напряженности электрического поля в промежутке от времени. В настоящей работе влияние шероховатости на результаты восстановления  $\mu(E)$  из экспериментальных данных систематически не исследовались. Однако, при проведении экспериментов поверхность электродов подвергалась одинаковой обработке перед каждой серией. Поэтому, можно считать, что эксперименты проводились при одинаковой шероховатости.

Функция  $\mu(E)$  имеет близкий физический смысл используемой в стохастических моделях роста разрядных структур функции  $r(E)$  [120] (см. главу 3). Поэтому информация о функции  $\mu(E)$  может оказаться также полезной и для определения вида зависимости скорости роста каналов разряда от электрического поля перед его вершиной. Кроме того, полученные ниже результаты о  $\mu(E)$  необходимо использовать в стохастической модели развития разрядных структур для описания времени запаздывания и места инициирования каналов структуры

на поверхности электрода [7].

В случае постоянного напряжения вероятность того, что инициирование разряда произойдет не раньше момента времени  $t$ , согласно (2.1), будет:

$$P_-(t) = \exp\left(-t \int_S \mu(E) ds\right). \quad (2.4)$$

В этом случае функция распределения статистического времени запаздывания инициирования разряда в сильных электрических полях [99]

$$\varphi(t) = \left( \int_S \mu(E) ds \right) \cdot \exp\left(-t \int_S \mu(E) ds\right). \quad (2.5)$$

Для случаев, когда  $t_{и} \gg t_{\phi}$ , из этого выражения следует, что среднее значение статистического времени запаздывания пробоя [99]

$$\langle t \rangle = 1 / \int_S \mu(E) ds. \quad (2.6)$$

В том случае, когда электрическое поле постоянно вдоль поверхности электродов (что, строго говоря, выполняется только для идеальных бесконечных плоских или цилиндрических электродов), вероятность отсутствия пробоя

$$P_- = \exp(-t \mu(E) S),$$

где  $S$  – полная площадь электрода, с которого начинается пробой. Среднее статистическое время запаздывания в этом случае  $\langle t \rangle = (\mu(E) \cdot S)^{-1}$ .

Из набора экспериментальных данных о пробое диэлектрика между плоскими или цилиндрическими электродами при постоянном напряжении по зависимости  $\langle t \rangle$  от приложенного напряжения легко восстановить значения функции  $\mu(E) = (\langle t \rangle \cdot S)^{-1}$ . Для других условий эксперимента при восстановлении  $\mu(E)$  необходимо учитывать распределение электрического поля вдоль поверхности электродов и форму приложенного напряжения. Имеющиеся в литературе экспериментальные данные по пробоем жидких диэлектриков, в основном, получены или для плоских электродов конечного размера, когда нельзя пренебречь краевыми эффектами усиления поля, или для таких сложных для точного определения поля конфигураций, как две полусферы, полусфера–плоскость, острие–плоскость и других [80-82, 85, 86, 88, 91-93, 96, 97, 99, 129,

130].

## 2.2. Методы восстановления зависимости плотности вероятности иницирования разряда от напряженности электрического поля

*Расчет распределения электрического поля между полусферическими электродами*

При исследовании электрической прочности жидких диэлектриков в качестве стандартных используются полусферические электроды. Для восстановления функции  $\mu(E)$  необходимо знать распределение электрического поля вдоль поверхности полусферы. Наиболее хорошее приближение для напряженности поля на полусферических электродах получается, если найти распределение поля в зазоре между двумя металлическими сферами, разность потенциалов между которыми  $V$  (рис. 2.1).

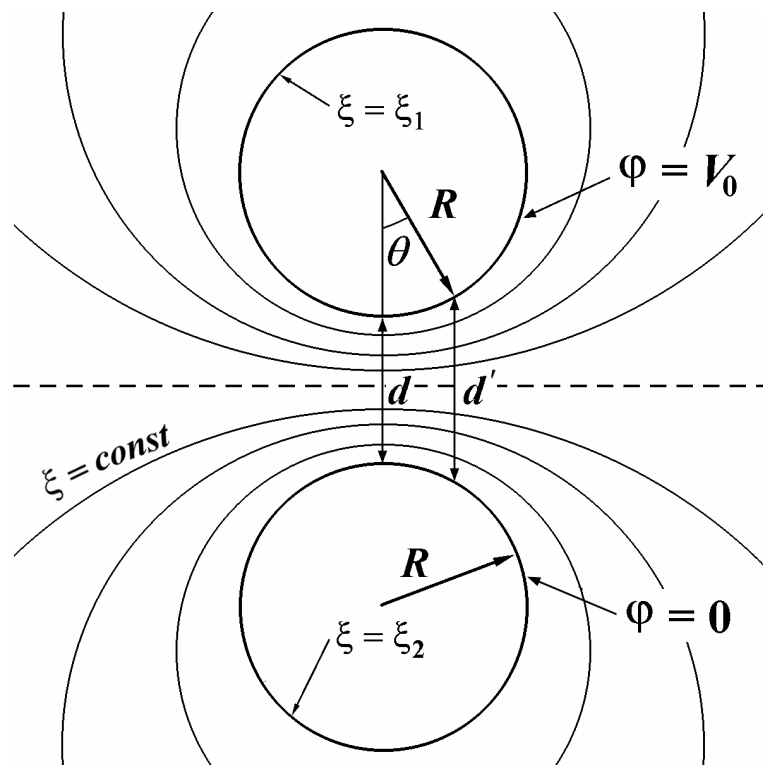


Рис. 2.1. Координатные поверхности  $\xi = const$  в бисферической (биполярной) системе координат, соответствующие эквипотенциальным поверхностям в задаче о распределении электрического поля между двумя металлическими сферами.

Для сферических электродов радиуса  $R$  при расстоянии между ними  $d$  электрическое поле в области межэлектродного промежутка находилось аналитически путем решения уравнения Лапласа в бисферических (биполярных) координатах. Распределение напряженности электрического поля в зазоре определяется по формуле:

$$E(\xi, \eta) = \frac{E_0 \beta \sqrt{\operatorname{ch} \xi - \cos \eta}^3}{\sqrt{2} \operatorname{sh} \xi_1} \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{\operatorname{sh} \xi}{\operatorname{ch} \xi - \cos \eta} + (2l + 1) \right] e^{\left(l + \frac{1}{2}\right)\xi} - \operatorname{ch}(2l + 1)\xi_1 \left[ \frac{\operatorname{sh} \xi}{\operatorname{ch} \xi - \cos \eta} - (2l + 1) \right] e^{-\left(l + \frac{1}{2}\right)\xi} \right\} \frac{P_l(\cos \eta)}{\operatorname{sh}((2l + 1)\xi_1)}, \quad (2.7)$$

где  $E_0 = V/d$  – средняя напряженность электрического поля вдоль оси между электродами,  $\xi, \eta$  – криволинейные координаты в бисферической системе (значения потенциала и напряженности поля не зависят от третьей координаты  $\alpha$  в силу аксиальной симметрии задачи),  $\xi_1 < \xi < \xi_2$ ,  $0 < \eta < \pi$ ,  $P_l$  – полином Лежандра номера  $l$ ,  $\beta = d/2R$  – относительная величина зазора между электродами. Постоянные значения  $\xi$  соответствуют эквипотенциальным поверхностям электрического поля. При  $\xi_1 = \ln(1 + \beta + \sqrt{\beta(2 + \beta)})$  получаем значения электрического поля на поверхности сферы, потенциал которой –  $V$ ; заземленной сфере соответствует  $\xi = \xi_2 = -\xi_1$ .

На рис. 2.2 приведен график относительной напряженности поля  $E/E_0$  на поверхности электрода в зависимости от полярного угла  $\theta$  (в радианах) на сфере (кривая 1). Направление  $\theta = 0$  соответствует максимальному полю на оси симметрии. Полярный угол на сфере связан с бисферической координатой соотношением

$$\cos \theta = \frac{1 - (1 + \beta) \cos \eta}{1 + \beta - \cos \eta}.$$

На поверхностях электродов электрическое поле выше, чем в разрядном промежутке. На рис. 2.3 показано распределение напряженности поля вдоль наикратчайшей силовой линии при  $\beta = 0.01$  и  $0.02$  (например,  $R = 0.5$  см,  $d = 100$  мкм и  $200$  мкм). Ось  $z$  на рисунке направлена вдоль оси симметрии сис-

темы, начало координат расположено в центре межэлектродного промежутка. Тонкие вертикальные линии указывают положение поверхностей электродов. Из рисунка видно, что значение напряженности электрического поля вдоль силовой линии изменяется не более, чем на 2%.

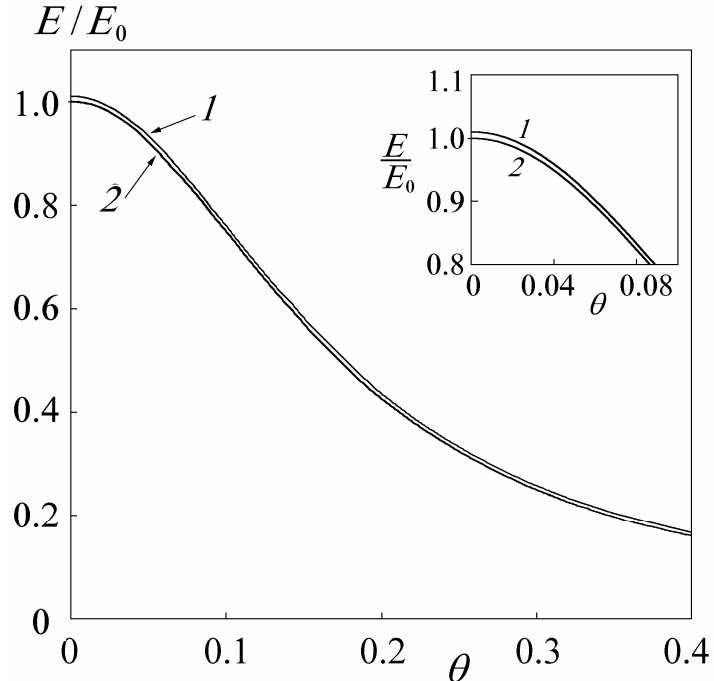


Рис. 2.2. Распределение электрического поля по поверхности сферического электрода. Точное решение (2.7) (кривая 1) для случая двух сферических электродов и его аппроксимация (кривая 2) с помощью (2.8) при  $\beta = 0.01$ .

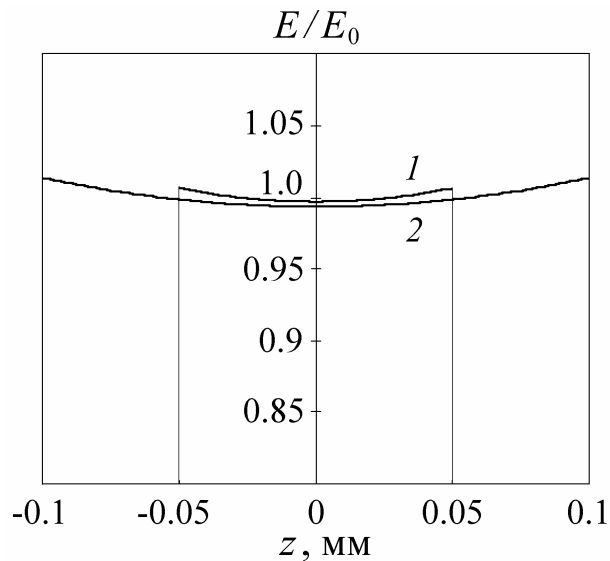


Рис. 2.3. Распределение напряженности электрического поля вдоль оси симметрии системы двух сферических электродов для  $\beta = 0.01$  (кривая 1) и 0.02 (кривая 2).  $z$  – декартова координата вдоль оси симметрии системы. Начало коор-



динат расположено в центре.

Таким образом, при малых значения  $\beta$ , соответствующих относительно большим радиусам электродов и узким зазорам между ними, электрическое поле вблизи оси системы «квазиоднородно». Полученные результаты для узких зазоров позволяют использовать для напряженности электрического поля на поверхности сферического электрода приближенную формулу. Авторы [99] предположили, что напряженность поля на поверхности полусферы можно приближенно рассчитать по формуле  $E \approx V/d'$ , где  $d'$  – кратчайшее расстояние между двумя противоположащими точками на сфере (рис. 2.1). Используя полярный угол на сфере, эту формулу можно представить в виде:

$$E \approx \frac{E_0}{1 + (1 - \cos\theta)/\beta} \quad (2.8)$$

Из-за резкой зависимости  $\mu(E)$  от поля основную роль при зарождении пробоя играет небольшая часть площади электрода около оси симметрии. В этой области приближенная формула (2.8) практически совпадает с точным решением (рис. 2.2, кривая 2). Например, для зазора 150 мкм разница составляет около 1% от максимальной величины поля. В области больших углов, вычисленные по приближенной формуле значения поля, вообще говоря, должны сильно отличаться от точных значений. Однако, оказывается, что, по крайней мере, для малых зазоров точные значения напряженности поля на сфере отличаются от вычисленных по формуле (2.8) не более, чем на 5% для  $\beta = 0.01$

Заметим, что точное решение (2.7) применимо и в случае системы электродов полусфера–плоскость, часто используемой в экспериментах.

Методика восстановления значений  $\mu(E)$  зависит от условий эксперимента, в котором была получена статистика пробоев. Далее рассматриваются методы, основанные на использовании данных о статистических временах запаздывания пробоя в системе полусферических электродов при постоянном напряжении, а также на статистике эффективных значений напряжения пробоя в системе плоских и полусферических электродов при синусоидальном напряжении линейно нарастающей амплитуды.

*Пробой между полусферическими электродами при постоянном напряжении*

Приближенная формула (2.8) позволяет существенно упростить выражение для вероятности пробоя (2.1) в случае полусферических электродов, перейдя от интегрирования по поверхности электрода к интегрированию по электрическому полю. В результате получается выражение [99]:

$$P_+(t) = 1 - \exp\left(-\pi d R \int_0^t E_0 \int_0^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE dt\right), \quad (2.8)$$

где нижний предел интегрирования по полю можно считать равным 0, учитывая резкую зависимость от  $E$  функции  $\mu(E)$ . Для постоянного напряжения, используя (2.5) и (2.6), получаем среднее статистическое время запаздывания [99]:

$$\langle t \rangle = \frac{1}{\int_S \mu(E) ds} \approx \frac{1}{\pi d R E_0 \int_0^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE}. \quad (2.10)$$

Измеренные времена запаздывания пробоя  $\langle t \rangle$  включают в себя как время инициирования разряда  $t_{и}$ , так и время формирования разрядной структуры  $t_{ф}$ . Чтобы получить гистограммы распределения времен запаздывания инициирования разряда, необходимо регистрировать сам момент инициирования разрядной структуры у поверхности электрода, что достаточно сложно. Вместо этого в некоторых работах использовались короткие разрядные промежутки, для которых время формирования существенно меньше времени запаздывания инициирования [81, 82, 88]. Статистический анализ данных о пробое н-гексана в узких зазорах, проведенный автором работы [82], показал, что полное время запаздывания пробоя описывается совместным распределением времен запаздывания инициирования и формирования разряда. При этом, среднее время формирования разряда удовлетворяет нормальному распределению, а время запаздывания – экспоненциальному распределению. Таким образом, из полного времени запаздывания пробоя удастся выделить собственно среднее время запаздывания инициирования разряда.

Пусть известен набор из  $N$  средних значений статистических времен запаздывания пробоя при постоянном напряжении  $\{\langle t_i \rangle, i = 1, \dots, N\}$ . Интегральное уравнение (2.10) позволяет определить  $\mu(E)$ , используя информацию о статистических временах запаздывания. Вследствие погрешностей в определении  $\langle t_i \rangle$  в эксперименте однозначного решения (2.10) не существует, и рассматриваемая задача относится к классу некорректных [131]. Для поиска квазирешения, удовлетворяющего экспериментальным данным и наиболее близкого к точному решению  $\mu(E)$ , использовался метод регуляризации некорректных задач [131]. Построим функционал:

$$F[\mu(E)] = \sum_{i=1}^N \left( \pi d R E_0^i \int_0^{E_0^i} \frac{\mu(E)}{E^2} dE - \frac{1}{\langle t_i \rangle} \right)^2 + \alpha \Omega[\mu(E)], \quad (2.11)$$

включающий в себя норму невязки и стабилизирующий функционал  $\Omega(E)$ . Здесь  $E_0^i$  обозначает среднюю напряженность поля вдоль оси симметрии между полусферическими электродами, соответствующую времени запаздывания  $\langle t_i \rangle$ ,  $\alpha$  – параметр регуляризации. Вид функции  $\mu(E)$ , удовлетворяющей всей совокупности  $\langle t_i \rangle$ , находился минимизацией функционала (2.11). Регуляризация осуществлялась по методу Филлипса [132] путем добавления стабилизирующего члена вида  $\alpha \int_0^{E_{\max}} \left( \frac{d^2 \mu}{dE^2} \right)^2 dE$ , где  $E_{\max}$  – верхняя граница диапазона значений электрического поля во всей совокупности экспериментов. Выбор регуляризующего функционала в такой форме позволяет избавиться от паразитных высокочастотных осцилляций в спектре искомой функции, возникающих при недостатке априорной информации о решении. Полученное квазирешение будет непрерывно зависеть от параметра регуляризации  $\alpha$  [133]. Кроме того, зависимость от электрического поля  $\mu(E)$  искалась в классе монотонных возрастающих функций ( $d\mu/dE > 0$ ).

*Пробой между плоскими и полусферическими электродами при переменном напряжении линейно нарастающей амплитуды*

Для синусоидального напряжения линейно нарастающей амплитуды мгновенное значение напряжения

$$V = \sqrt{2}k_e t \sin(\omega t), \quad (2.12)$$

и, следовательно,  $E(t) = \sqrt{2}k_e t \sin(\omega t)/d$ , где  $k_e$  – скорость увеличения эффективного значения напряжения,  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота. Для случая плоских электродов площади  $S$  функция  $H(t)$  имеет вид:

$$H(t) = S \int_0^t \mu(E(t)) dt. \quad (2.13)$$

Для полусферических электродов:

$$H(t) = \pi d R \int_0^t \left( E_0 \int_0^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE \right) dt. \quad (2.14)$$

Используя (2.13) или (2.14), легко рассчитать зависимость вероятности

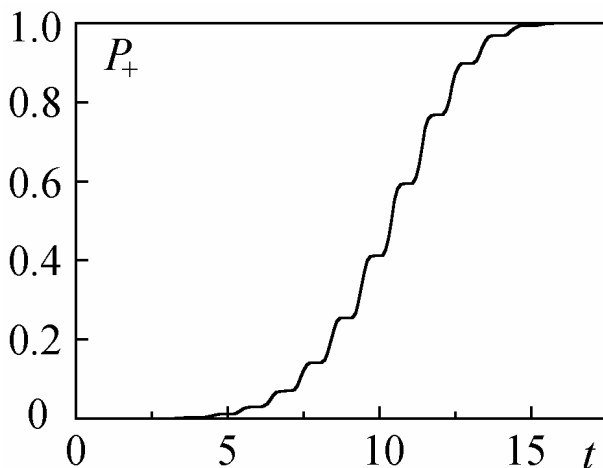


Рис. 2.4. Вероятность инициирования разряда в зависимости от времени действия синусоидального напряжения линейно нарастающей амплитуды.

инициирования разряда для случая плоских или полусферических электродов. На рис. 2.4 в качестве иллюстрации показана зависимость вероятности инициирования разряда от времени при синусоидальном напряжении линейно возрастающей амплитуды. Каждая «ступенька» на графике соответствует одному полупериоду напряжения.

В случае напряжения вида (2.12) можно получить аналитические выражения для определения значений  $\mu(E)$ , если использовать степенную аппроксимацию для зависимости этой функции от напряженности электрического поля:

$$\mu(E) = A \left( \frac{E}{E_1} \right)^n, \quad (2.15)$$

где  $A$  и  $n$  – определяемые параметры,  $E_1$  – постоянное значение напряженности, введенное для удобства вычислений. Используя (2.15), выражения (2.13) и (2.14) можно записать в виде:

$$H(t) = SA \left( \frac{\sqrt{2}k_e}{E_1 d} \right)^n \int_0^t t^n |\sin(\omega t)|^n dt, \quad (2.12')$$

и

$$H(t) = \frac{\pi d R A}{(n-1)} \left( \frac{\sqrt{2}k_e}{E_1 d} \right)^n \int_0^t t^n |\sin(\omega t)|^n dt, \quad (2.13')$$

где напряжение берется по абсолютному значению, учитывая равноправную роль электродов в инициировании разряда.

Как правило, в экспериментах при напряжениях стандартной промышленной частоты амплитуда напряжения увеличивается медленно. Пробой при таких условиях происходит через много периодов колебаний напряжения. Увеличение напряжения за половину периода  $\Delta V$  составляет десятые доли процента от напряжения пробоя. Например, при  $\nu = 50$  Гц и  $k = 2$  кВ/с  $\Delta V = 20$  В, при этом для пробоя трансформаторного масла в миллиметровых зазорах требуется напряжение в десятки киловольт [92]. Если за половину периода напряжения его амплитуда меняется мало, то  $H$  за это время изменится на величину:

Плоские электроды

$$\Delta H_i \approx \frac{S A}{\omega} \left( \frac{E_i}{E_1} \right)^n \int_0^\pi \sin^n z dz$$

Полусферические электроды

$$\Delta H_i \approx \frac{\pi d R A}{(n-1)\omega} \left( \frac{E_{i0}}{E_1} \right)^n \int_0^\pi \sin^n z dz$$

где  $E_i$  и  $E_{i0}$  – амплитуды напряженности электрического поля на  $i$ -м полупериоде напряжения для плоских и полусферических электродов, соответственно.

Отсюда, в соответствии с (2.12') для плоских электродов после  $i$  полупериодов с момента подачи напряжения получается:

$$H_i = \sum_{j=1}^i \Delta H_j \approx \frac{S d A B(n) E_i^{n+1}}{\sqrt{2} k_e \pi (n+1) E_1^n} = \frac{S d B(n) E_i}{\sqrt{2} k_e \pi (n+1)} \mu(E_i). \quad (2.16)$$

В этом выражении, аналогично работе [12, 13], суммирование по полупериодам заменено интегрированием по времени в силу медленного нарастания напряже-

ния и введена функция  $B(n) = \int_0^{\pi} \sin^n z dz$ . Аналогично, для полусферических

электродов получается:

$$H_i = \frac{R d^2 B(n) E_{i0}}{\sqrt{2} k_e (n^2 - 1)} \mu(E_{i0}). \quad (2.17)$$

Как следует из (2.1), (2.4) и равенства  $P_+ = 1 - P_-$ , выражения (2.16) и (2.17) связывают вероятность пробоя с напряженностью поля в разрядном промежутке, при которой происходит пробой. Согласно математической статистике, вероятность отсутствия пробоя в течении  $i$  полупериодов напряжения  $P_-^i = N_-^i / N_0$ , где  $N_-^i$  – число пробоев в серии экспериментов, произошедших при значениях напряженности поля, превышающих  $E_i$ ,  $N_0$  – полное число пробоев в серии. Через  $l$  полупериодов напряжения вероятность отсутствия пробоя станет  $P_-^{i+l} = N_-^{i+l} / N_0$ . Считая, что  $l \ll i$ , получим, используя (2.16):

$$\frac{P_-^i}{P_-^{i+l}} = \exp\left(\frac{S d A B(n)}{\sqrt{2} k_e \pi E_1^n (n+1)} (E_{i+l}^{n+1} - E_i^{n+1})\right) \approx \exp\left(\frac{S d B(n) \Delta E_l}{\sqrt{2} k_e \pi (n+1)} \mu(E_i)\right), \quad (2.18)$$

где  $\Delta E_l = \Delta V_l / d$ ,  $\Delta V_l$  – увеличение напряжения на разрядном промежутке за  $l$  полупериодов. Если измерены напряжения пробоя между плоскими электродами при одних и тех же  $d$ ,  $S$  (или  $R$  для полусферических электродов) и  $k_e$ , из (2.18) можно определить значения функции  $\mu(E)$ :

$$\mu(E_i) = \frac{\sqrt{2} k_e \pi (n+1)}{S d \Delta E_l B(n)} \ln\left(\frac{N_-^i}{N_-^{i+l}}\right). \quad (2.19)$$

В этом методе для восстановления  $\mu(E)$  используются экспериментальные распределения напряжений пробоя. Поэтому метод с использованием формулы (2.19) можно назвать методом гистограмм напряжений пробоя [12, 13, 25]. Прodelывая те же выкладки, выражение, аналогичное (2.19), можно получить для случая полусферических электродов:

$$\mu(E_{i0}) = \frac{\sqrt{2} k_e (n^2 - 1)}{R d^2 \Delta E_l B(n)} \ln \left( \frac{N_-^i}{N_-^{i+l}} \right). \quad (2.20)$$

Для анализа экспериментальных данных часто удобно использовать значение напряженности электрического поля  $E^*$ , для которого  $H = 1$  [12, 13]. Для такого  $E^*$  вероятность отсутствия пробоя  $P_- = 0.37$ , а вероятность того, что пробой произойдет, соответственно,  $P_+ = 0.63$ . Полагая в формулах (2.16) и (2.17)  $H_i = 1$ , выразим  $\mu(E)$  через параметры эксперимента. Для плоских электродов:

$$\frac{\mu(E^*) B(n)}{\pi(n+1)} = \frac{\sqrt{2} k_e}{S d E^*}. \quad (2.21)$$

Для полусферических электродов:

$$\frac{\mu(E_0^*) B(n)}{(n^2 - 1)} = \frac{\sqrt{2} k_e}{R d^2 E_0^*}. \quad (2.22)$$

По нескольким сериям напряжений пробоя, полученных при разных  $d$  и  $R$  ( $d$  и  $S$ ), возможно вычислить значения  $\mu(E)$ . Параметры  $n$  и  $A$  в формуле (2.15) можно рассчитать, используя, например, метод наименьших квадратов. Этот метод восстановления  $\mu(E)$  с использованием фиксированной вероятности и формул (2.21) и (2.22) был предложен в [12].

При восстановлении  $\mu(E)$  в широком диапазоне напряженностей поля или в случае резкой зависимости  $\mu(E)$  от поля степенная аппроксимация (2.15) может оказаться неприемлемой. В этом случае целесообразно использовать функции, более быстро изменяющиеся при изменении аргумента. Однако, интеграл по полю в (2.14) вычисляется аналитически только для зависимостей специаль-

ного вида. Это существенно ограничивает выбор аппроксимирующей функции, поскольку в остальных случаях определение значений  $\mu(E)$  чрезвычайно усложняется. Одна из таких интегрируемых зависимостей имеет вид:

$$\mu(E) = A \left( \frac{E}{E_1} \right)^2 \exp\left( \frac{E}{g} \right), \quad (2.23)$$

где  $A$  и  $g$  – параметры, подлежащие определению из экспериментальных данных,  $E_1$  – фиксированное значение напряжения.

Вероятность пробоя (2.1) между полусферическими электродами в случае аппроксимации (2.23) имеет вид:

$$P_+ = 1 - \exp\left( - \frac{\pi d R A g}{E_1^2} \int_0^t E_0(t) \left[ \exp\left( \frac{E_0(t)}{g} \right) - 1 \right] dt \right). \quad (2.24)$$

Как будет показано ниже, используя компьютерное моделирование, возможно подобрать значения  $A$  и  $g$ , при которых средние напряжения пробоя в серии экспериментов воспроизводятся наилучшим образом.

Таким образом, на основе макроскопического вероятностного подхода возможно получить зависимости вероятности инициирования пробоя от условий пробоя: радиуса поверхности электродов (площади поверхности плоских или цилиндрических электродов), расстояния между электродами, скорости нарастания напряжения, формы поданного на межэлектродный промежуток напряжения.

### **2.3. Восстановление функции плотности вероятности инициирования разряда для жидких диэлектриков**

В рамках изложенного выше подхода восстановлены функции плотности вероятности зарождения разряда  $\mu(E)$  для трех жидкостей: трансформаторного масла, *n*-гексана и перфтордибутилового эфира.

#### *Восстановление $\mu(E)$ для *n*-гексана*

В [8] проведена обработка экспериментальных данных по пробую *n*-гексана в узких зазорах между полусферическими электродами, полученных в



работе [81]. Эти эксперименты проводились при давлении  $P_0 = 10^5$  Па в диапазоне напряженностей поля  $E_0 = 1 - 3.5$  МВ/см. При указанных условиях, как правило, реализуется ионизационный механизм пробоя с анода [81, 82]. Полу-сферические электроды были выполнены из нержавеющей стали, радиус поверхности  $R = 0.5$  см. Эксперименты выполнены для зазоров 25, 50, 100 и 150 мкм ( $\beta = 0.0025, 0.005, 0.01$  и  $0.015$ , соответственно).

Согласно (2.10) произведение  $\langle t \rangle Rd$  зависит только от  $E_0$ . Действительно, величины  $\langle t \rangle Rd$ , соответствующие экспериментам по пробую н-гексана [81] при разных  $d$  и  $E_0$ , хорошо укладываются на одной линии (рис. 2.5). Это указывает на возможность найти подинтегральную функцию  $\mu(E)$  из набора данных о средних значениях статистического времени запаздывания пробоя  $\langle t_i \rangle$  при разных напряжениях на промежутке. Экспериментальные точки для  $d = 50$  мкм, выделенные черным цветом (рис. 2.5), исключались при расчетах  $\mu(E)$ , так как они противоречат данным, полученным при  $d = 100$  мкм.

Для поиска значений  $\mu(E)$  использован сеточный метод. Функция  $\mu(E)$  аппроксимировалась сеточной функцией со значениями в узлах сетки  $\mu_k(E_k)$ . При этом, интегралы в функционале (2.11) представляли собой линейные комбинации неизвестных параметров  $\mu_k$ . Использовалась равномерная сетка. Для приближенного вычисления интегралов использовался метод трапеций [134].

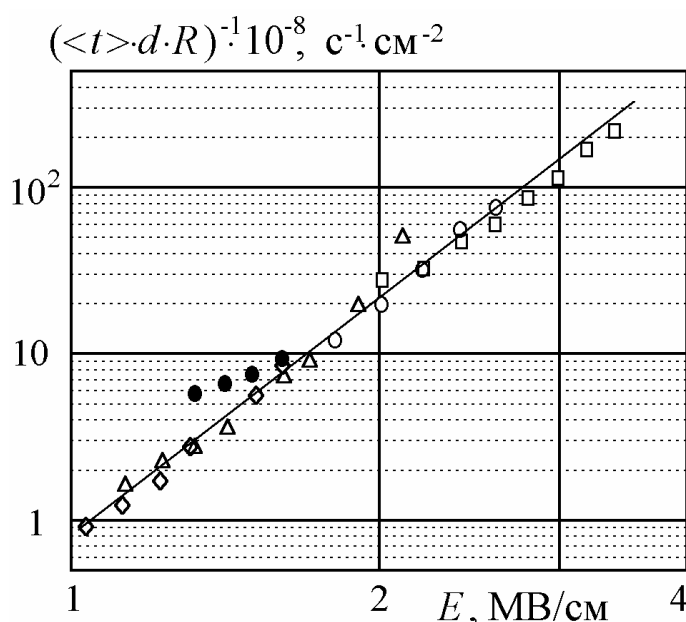


Рис. 2.5. Зависимость величины  $\langle t \rangle Rd$  от  $E_0$  при  $d=25(\square)$ ,  $50(\circ, \bullet)$ ,  $100(\Delta)$ ,

150(◇) мкм. Сплошная линия – при аппроксимации  $\mu(E)$  функцией (2.25).

Для поиска минимума функционала (2.11) на сетке можно использовать любой стандартный метод, например, свести задачу к решению системы линейных уравнений относительно неизвестных  $\mu_k$ . Однако, в настоящей работе применялся специально разработанный метод итераций, основанный на методе Монте-Карло (идея метода была предложена А.Л. Куперштохом).

В качестве начальных значений искомой функции выбиралась линейная зависимость от поля  $E$  от 0 при  $E = 0$  до некоторого заведомо большого значения при  $E = E_{\max}$ . Далее, при каждой итерации случайным образом выбирался узел сетки, например, узел под номером  $k$ . Значение функции  $\mu_k(E_k)$  в этом узле варьировалось на случайную величину  $\delta\mu$ . При этом считалось, что  $\delta\mu$  равномерно распределена в интервале от 0 до  $\Delta = \mu_{k+1} - \mu_{k-1}$ . Тем самым одновременно обеспечивалась монотонность  $\mu(E)$ . Для вариаций максимального значения  $\mu(E)$ , соответствующего крайнему узлу, использовалась функция плотности вероятности, быстро спадающая до нуля при больших значениях  $\delta\mu$ . После вариации одного из значений подынтегральной функции рассчитывалось новое значение функционала (2.11). Если новое значение  $F[\mu(E)]$  оказывалось меньше старого значения, то функция  $\mu(E)$  в узле  $k$  изменялась на величину  $\delta\mu$ .

Рассмотренный метод обладает рядом преимуществ перед обычно используемыми. Во-первых, метод применим для любого начального приближения. Во-вторых, он позволяет наиболее простым и естественным способом обеспечить условие монотонности искомой зависимости  $\mu_{k-1}(E_{k-1}) \leq \mu_k(E_k)$ . В-третьих, алгоритм поиска минимума с использованием этого метода оказался исключительно простым при реализации на компьютере. К недостатку метода следует отнести его относительно медленную сходимость по сравнению со стандартными методами. Однако, время расчета оказалось вполне приемлемым ( $t \sim 5$  мин.).

Возможность применения рассмотренного метода восстановления значений  $\mu(E)$  проверялась на модельной задаче. Искалось решение уравнения  $\int_0^x f(z) dz = g(x)$  относительно модельной функции  $f(x)$ . Модельная функция выбиралась в виде  $f(x) = C_1 \exp(C_2 x)$ , затем аналитически вычислялась функция в правой части уравнения  $g(x)$ . На рис. 2.6,*а* треугольниками показано множество значений  $\{(x_i, g(x_i)), i = 1 \dots 20\}$ , использованных в качестве исходных данных для восстановления  $f(x)$ . На рис. 2.6,*б* треугольниками показаны восстановленные методом регуляризации значения  $f(x)$ . Сплошные линии представляют собой графики функций  $g(x)$  и  $f(x)$ . Восстановленные значения  $f(x)$  отличаются от точных не более чем на 3%, за исключением двух первых значения на левой границе, для которых погрешность несколько больше.

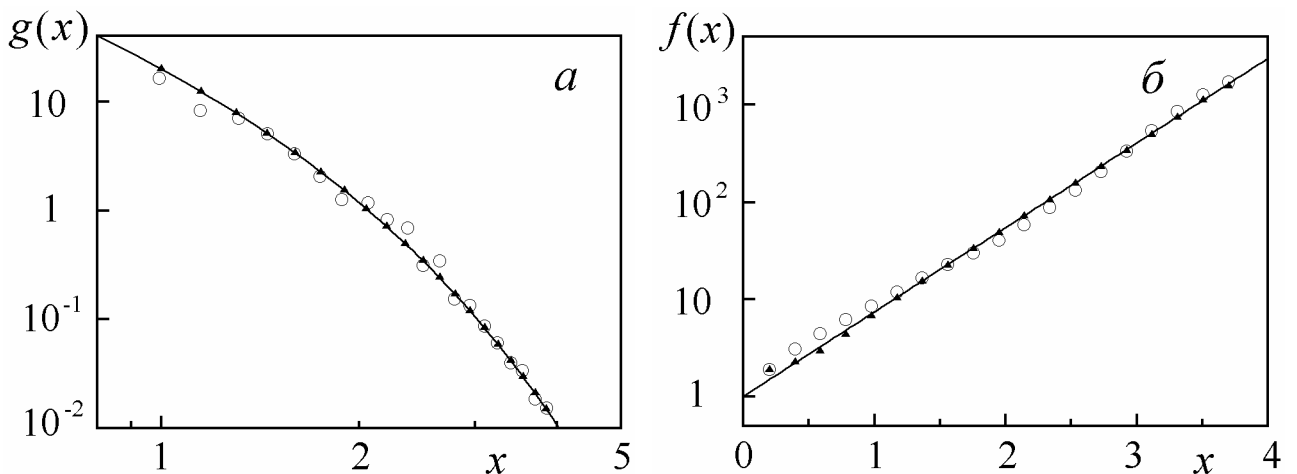


Рис. 2.6. Восстановление модельной функции методом регуляризации. (а) исходные данные: точные значения функции  $g(x)$  (▲) и набор значений со статистическим шумом (○). (б) восстановленные значения  $f(x)$  (▲) и квазирешение по методу регуляризации (○). Сплошные линии – графики функций  $g(x)$  и  $f(x)$ .

Затем значения  $g(x_i)$  изменялись путем добавления к ним значений нормально распределенной случайной величины с дисперсией 15% от  $g(x_i)$ . Тем самым моделировалась заданная «погрешность измерений». Затем, по этим данным также восстанавливались значения  $f(x_i)$  (кружки на рис. 2.6). Относительная погрешность восстановления значений  $f(x)$  по данным со статистиче-

ским шумом не превышает 20% за исключением точки на границе, где она равна 25%. Учитывая погрешность исходных данных, полученную точность восстановления подынтегральной функции можно считать вполне удовлетворительной. Таким образом, проведенные расчеты с использованием модельных функций подтверждают возможность использования разработанного метода

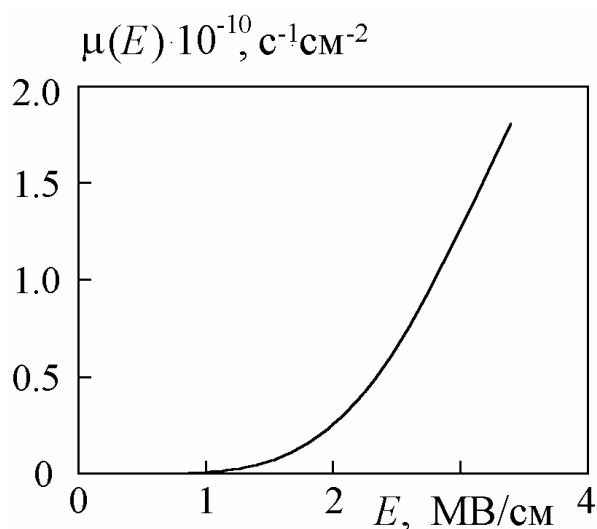


Рис. 2.7. Зависимость  $\mu(E)$ , восстановленная по экспериментальным данным [81].

для восстановления  $\mu(E)$ .  
 На рис. 2.7 приведена зависимость  $\mu(E)$ , наиболее близко описывающая использованную совокупность экспериментальных данных, полученная минимизацией функционала (2.11). Как и следовало ожидать, плотность вероятности инициирования разряда сильно возрастает при увеличении электрического поля. Вместе с тем, эти же результаты экспериментов (рис. 2.5) достаточно хорошо описываются формулой (2.10), если использовать степенную аппроксимацию для функции  $\mu(E)$  в виде (2.15):

$$\mu(E) = 9.4 \cdot 10^7 \left( \frac{E}{E_1} \right)^{4.65} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}, \quad (2.25)$$

где  $E_1 = 1$  МВ/см. Аппроксимация степенной функцией более удобна для использования, например, в инженерных расчетах, чем таблица восстановленных значений  $\mu(E)$ .

Используя полученную функцию  $\mu(E)$ , можно рассчитать ряд зависимостей вероятности инициирования импульсного пробоя н-гексана в условиях различной геометрии электродов, величины, длительности и формы импульса напряжения.

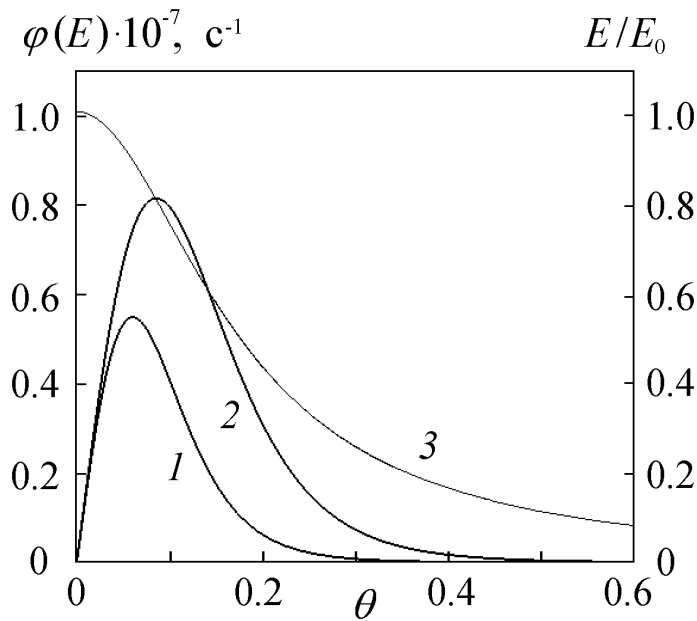


Рис. 2.8. Функции плотности вероятности инициирования разряда  $\varphi(E)$  при  $E_0 = 1$  МВ/см,  $\beta = 0.015$  (1) и  $0.03$  (2). Модуль напряженности электрического поля на поверхности электрода при  $\beta = 0.015$  (3).

На рис. 2.9 показана вероятность зарождения пробоя в случае плоских электродов

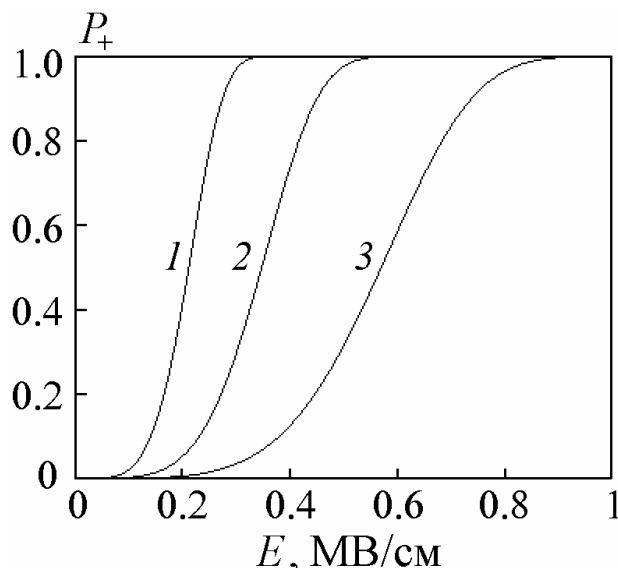


Рис. 2.9. Вероятность зарождения пробоя для плоских электродов при постоянном напряжении (2.26).

от радиуса его закругления, соответствующая 50% вероятности инициирова-

На рис. 2.8 приведено распределение вдоль поверхности сферического электрода плотности вероятности инициирования пробоя  $\varphi(E(\theta)) = 2\pi R^2 \mu(E(\theta)) \sin(\theta)$ . Кривые получены при  $E_0 = 1$  МВ/см. Для кривой 1  $\beta = 0.015$  (1), для кривой 2  $\beta = 0.03$ . Здесь же (кривая 3) показано точное решение для распределения электрического поля по поверхности полу-сферического электрода при  $\beta = 0.015$ .

$$P_+(E) = 1 - \exp(-\mu(E) S \tau), \quad (2.26)$$

полученная из (2.1) для прямоугольного импульса напряжения при значениях величины  $S \tau = 1, 0.1, \text{ и } 0.01$  см<sup>2</sup>·мкс (кривые 1, 2, и 3, соответственно). Здесь  $S$  – площадь электрода,  $\tau$  – длительность импульса.

На рис. 2.10 показана зависимость максимальной напряженности электрического поля на поверхности острейшего электро-

ния разряда в н-гексане для геометрии электродов «острие–плоскость» при постоянном напряжении за интервал времени 5 нс. Использовалась аппроксимация электродов проводящим гиперboloидом вращения над плоскостью. Использовалось распределение напряженности электрического поля по поверхности гиперboloида, приведенное в [135] при  $V = 20$  кВ,  $d = 4$  мм.

#### Восстановление $\mu(E)$ для трансформаторного масла

С использованием изложенного макроскопического подхода проведен анализ

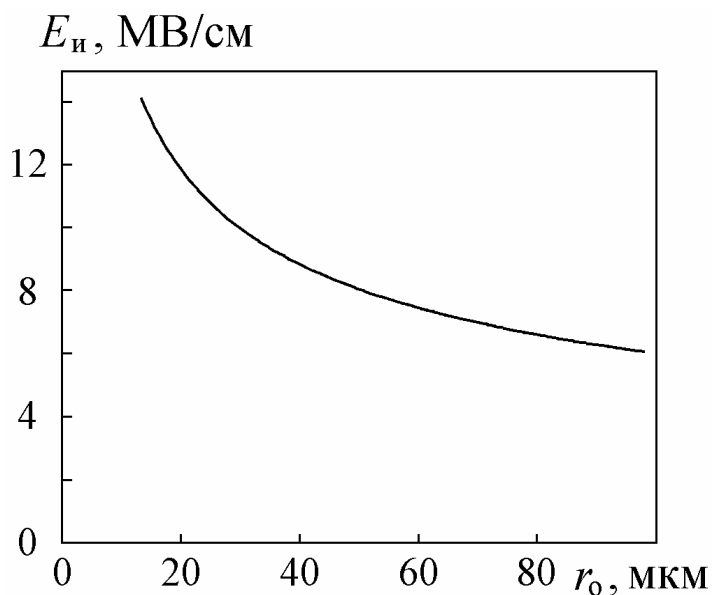


Рис. 2.10. Максимальная напряженность поля на поверхности острейного электрода, соответствующая 50% вероятности инициирования разряда в н-гексане при постоянном напряжении, в зависимости от радиуса закругления острия.

экспериментальных данных о пробое трансформаторного масла, полученных Вебером и Индикоттом [92]. Пробой в [92] осуществлялся при синусоидальном напряжении частоты 60 Гц с линейно нарастающей амплитудой. Скорость нарастания напряжения была  $k_e = 3$  кВ/с. Авторы работы использовали 4 пары плоских электродов площадью  $S = 1.54, 4.9, 15$  и  $29$  см<sup>2</sup>, расстояние между

электродами было  $d = 0.19$  см. Для каждой пары электродов было проведено по 200 экспериментов при вертикальном и по 200 экспериментов при горизонтальном расположении электродов. Электроды полировались после каждого пробоя. Кроме того, после каждого пробоя жидкость между электродами заменялась новой. На рис. 2.11,а приведена типичная гистограмма напряжений пробоев трансформаторного масла.

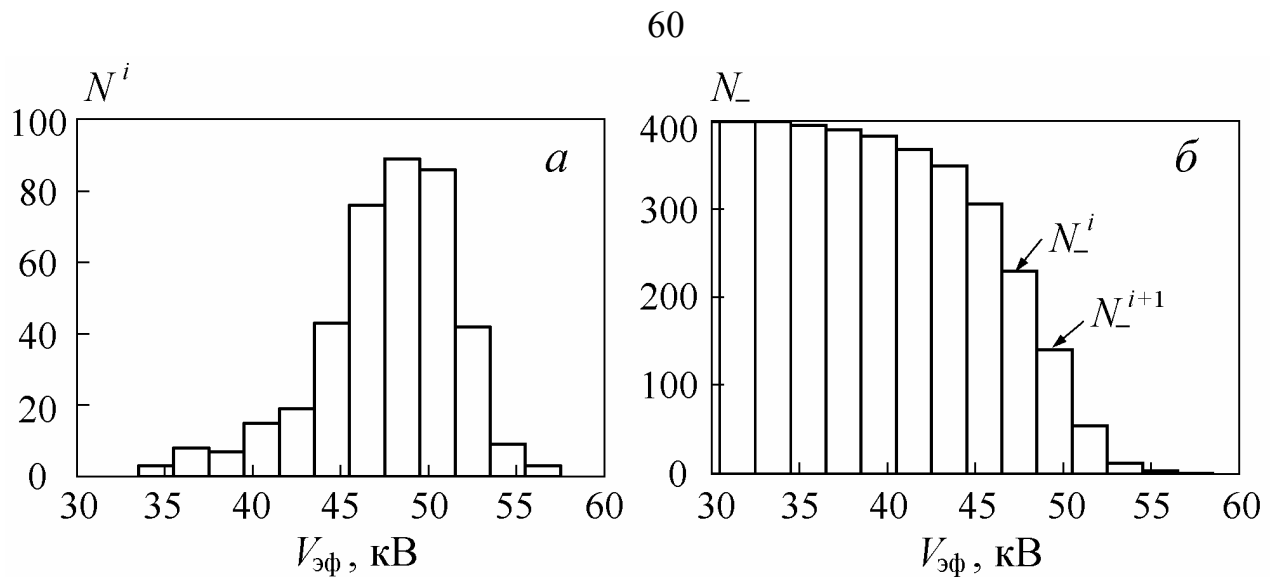


Рис. 2.11. Гистограммы напряжений пробоя трансформаторного масла [92] при  $S = 4.9 \text{ см}^2$ .

Для восстановления функции  $\mu(E)$  использовался метод гистограмм. На рис. 2.11,б показаны абсолютные частоты пробоев  $N_-$ , произошедших при напряжении  $V > V_i$ . Используя «соседние» столбики гистограммы, приведенной на рис. 2.11,б, и формулу (2.19) рассчитывались значения  $\mu(E_i)$ .

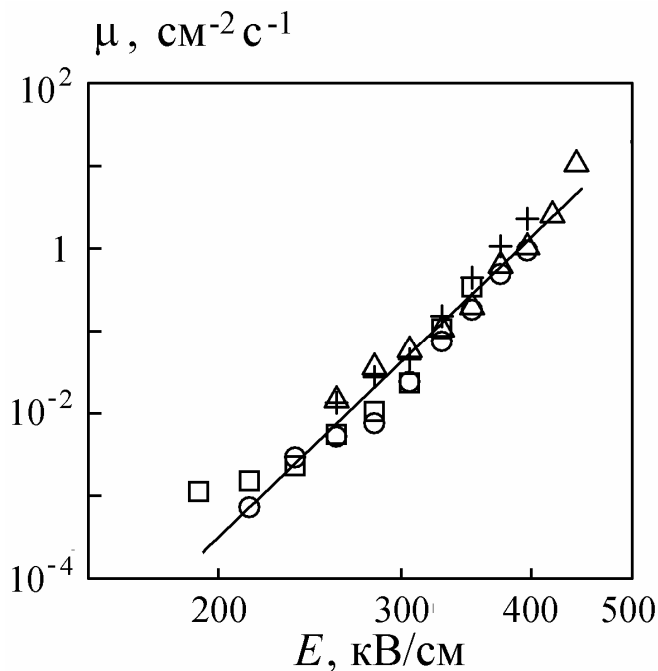


Рис. 2.12. Восстановленные значения  $\mu(E)$  для трансформаторного масла.  $S = 1.54$  ( $\Delta$ ),  $4.9$  ( $+$ ),  $15$  ( $\circ$ ),  $29$  ( $\square$ )  $\text{см}^2$ .

На рис. 2.12 приводятся восстановленные значения  $\mu(E_i)$  для трансформаторного масла. Некоторый разброс данных связан, главным образом, со стохастическим характером инициирования пробоя. Линейная аппроксимация этих результатов в логарифмическом масштабе с помощью метода наименьших квадратов показана прямой на рис. 2.12. Соответствующая степенная аппроксимация (2.15) для  $\mu(E)$

имеет вид  $\mu(E) = 9.0 \cdot 10^4 \cdot (E/E_1)^{12.1} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  при  $E_1 = 1 \text{ МВ/см}$ .

Используя восстановленную функцию  $\mu(E)$ , легко найти зависимость  $H(t)$  (формула (2.2)) и, затем, рассчитать вероятность пробоя при разных значениях приложенного напряжения (2.1). На рис. 2.13 приводится гистограмма значений  $H$ , построенная по 1600 экспериментальным значениям, взятым из [92]. Значения  $H$  рассчитывались согласно (2.16). Гистограмма  $H$  хорошо согласуется с экспоненциальным законом распределения вероятностей (кривая 1 на рис. 2.13), что нагляднее всего видно из линейной зависимости величины  $-\ln(N_-^i/N_0)$  от  $H$  (кривая 2). Одновременно, это служит дополнительным подтверждением применимости используемого макроскопического подхода.

#### Восстановление $\mu(E)$ для перфтордибутилового эфира

Проводились эксперименты с перфтордибутиловым эфиром (ПФДБЭ), хи-

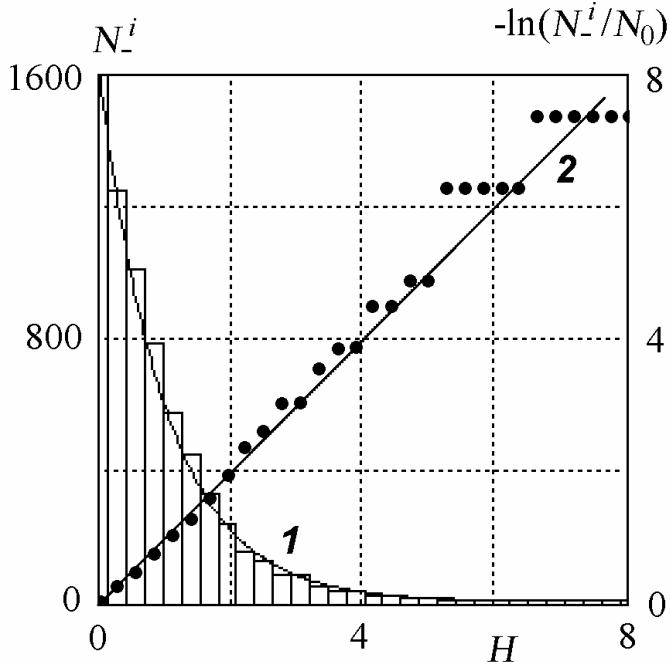


Рис. 2.13. Гистограмма распределения значений  $H$ , полученная по данным работы [92] по пробую трансформаторного масла.

мическая формула  $\text{CF}_3(\text{CF}_2)\text{O}(\text{CF}_2)\text{CF}_3$ . Использовались пары полусферических электродов из нержавеющей стали и латуни с радиусами поверхности  $R = 30$  и  $40$  мм, соответственно. Поверхность электродов подвергалась обработке, которая включала в себя шлифовку шкуркой разного калибра и полировку пастой ГОИ (окисью хрома). Обработка

и отмывка электродов производилась перед каждой серией экспериментов. Для всех серий обработка поверхности электродов производилась одинаковым образом, чтобы обеспечить одинаковые условия для инициирования разряда.



На межэлектродный промежуток подавалось переменное напряжение частоты 50 Гц с равномерно нарастающей амплитудой. В качестве источника высокого напряжения использовался генератор АИМ-80, используемый для испытания масла и других жидких диэлектриков согласно ГОСТ– 6581-66. Источник обеспечивал действующие значения напряжения в диапазоне 0 – 100 кВ со скоростью нарастания амплитуды 2 кВ/с. Генератор обеспечивает снятие напряжения с электродов в течение 10 мс после наступления пробоя промежутка.

В экспериментах регистрировалось текущее эффективное значение напряжения  $V_{эф}$ , при котором происходил пробой жидкого диэлектрика (ПФДБЭ). Известно, что многие перфторорганические соединения обладают хорошей способностью поглощать кислород и другие газы из воздуха [136, 137]. Поэтому, были проведены две серии экспериментов со свежеприготовленным и выдержанным на воздухе ПФДБЭ с целью выявления влияния примесей газов на его электрическую прочность. Всего было проведено 600 пробоев с использованием латунных электродов радиуса  $R = 40$  мм при расстояниях между ними 0,8, 1,69 и 2,5 мм. В таблице 2.1 приводятся результаты этих экспериментов. Для жидкости, выдержанной в воздушной атмосфере, пробой начинался при весьма низком напряжении и в нескольких случаях сопровождался свечением и образованием пузырей. Для свежеприготовленного ПФДБЭ средние значения напряжений пробоя в 1,5 – 2 раза выше, чем для выдержанного на воздухе. Это означает, что для исследования электрической прочности собственно перфтордибутилового эфира его необходимо предварительно очистить от содержащихся примесей газов.

Жидкость перед каждой серией экспериментов подвергалась перегонке через обратный холодильник в течении 1 – 2 часов при температуре 101С° для удаления растворенного газа. Затем жидкость фильтровалась.

С использованием латунных электродов было проведено четыре серии экспериментов с дегазированной жидкостью. В каждой серии проведено в среднем по 114 пробоев. С использованием электродов из нержавеющей стали проведено четыре серии экспериментов, более 100 пробоев в каждой из них.

Во всех сериях экспериментов с ПФДБЭ, несмотря на предварительную подготовку жидкости, наблюдается существенный статистический разброс значений напряжений пробоя. Такой результат есть прямое следствие стохастического характера явления. Типичная серия пробоев между латунными электродами, расстояние между которыми  $d = 1.69$  мм ( $\beta \approx 0.021$ ), показана на рис. 2.14,а. На рис. 2.14,б показана гистограмма измеренных напряжений пробоя.

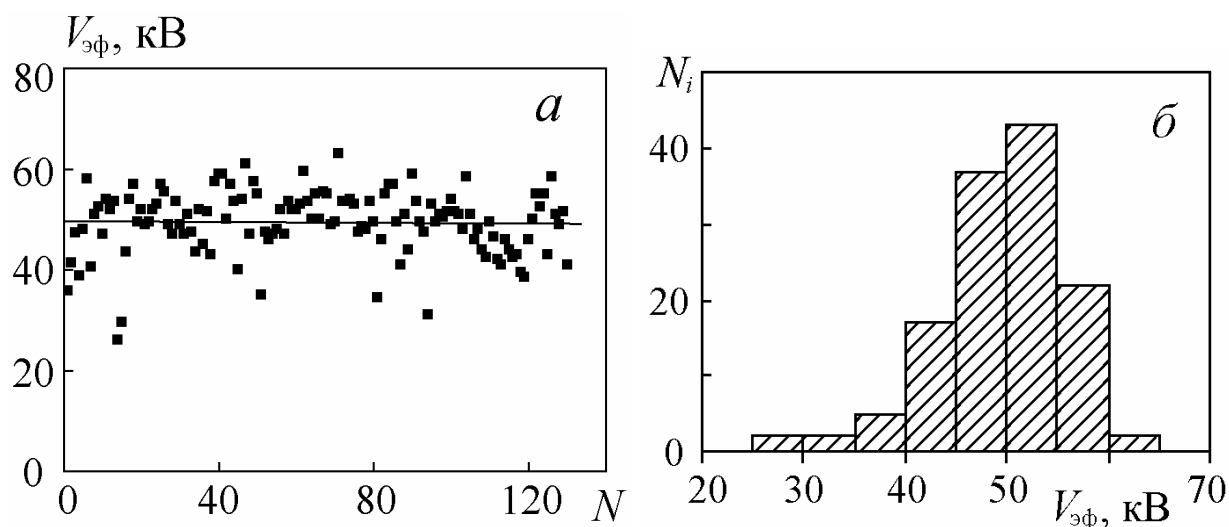


Рис. 2.14. Типичная серия пробоев в перфтордибутиловом эфире для латунных электродов радиуса  $R = 40$  мм при расстоянии между электродами  $d = 1.69$  мм.

Таблица 2.1.

Результаты экспериментов по пробоем перфтордибутилового эфира (ПФДБЭ) без предварительной подготовки жидкости.

$d$ , мм	$R$ , мм	$N$	$\langle V_{эф} \rangle$ , кВ	$V_{эф}^*$ , кВ	$E_0^*$ , кВ/см
Свежеприготовленный ПФДБЭ					
0.8	40	24	29.5	31.0	548
2.5	40	21	64.3	66.5	376
Насыщенный газом ПФДБЭ					
0.8	40	110	15.0	16.5	301
1.69	40	155	33.3	35	293
2.5	40	240	43.9	47.5	269
2.5	40	150	38.2	41	232

Результаты экспериментов с жидкостью, предварительно подвергнутой дегазации и фильтрованию, представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2.

Результаты экспериментов по пробою предварительно дегазированного и отфильтрованного ПФДБЭ.

$d$ , мм	$R$ , мм	$N$	$\langle V_{\text{эф}} \rangle$ , кВ	$V_{\text{эф}}^*$ , кВ	$E_0^*$ , кВ/см
Латунные электроды					
0.44	40	210	18.7	21.0	477
0.895	40	135	37.7	42.0	469
1.695	40	130	49.4	52.0	307
2.5	40	80	73.4	77.0	308
Электроды из нержавеющей стали					
0.44	30	140	23.3	26.0	591
0.895	30	101	41.2	43.5	486
1.695	30	115	50.5	54.5	322
2.5	30	120	70.8	75.0	300

В таблице 2.2  $d$  обозначает расстояние между электродами,  $N$  – число пробоев в сериях,  $V_{\text{эф}}^*$  – значение действующего напряжения в каждой серии, для которого вероятность отсутствия пробоя  $P_- = 0.37$ . С точки зрения математической статистики  $V_{\text{эф}}^*$  является квантилью порядка  $P_-$  распределения вероятностей пробоя и определяется в данной серии соответствующим способом [138]. Расположим зафиксированные в эксперименте напряжения пробоя, например, в порядке возрастания. Квантили  $P_-$  соответствует значение напряжения с порядковым номером  $N_- = N \cdot (1 - P_-)$ .  $E_0^*$  – соответствующее  $V_{\text{эф}}^*$  среднее значение напряженности электрического поля вдоль оси симметрии между электродами.



Отсюда вычисляется  $n$ . Второй коэффициент прямой, как следует из (2.22), позволяет вычислить  $A$ , используя  $n$ . Получены следующие значения коэффициентов для степенной аппроксимации (2.15):  $n = 4.56$ ,  $A = 40.57 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

Восстановление функции  $\mu(E)$  проводилось также методом гистограмм с использованием выражения (2.20). Значения  $\mu(E)$  восстанавливались по данным таблицы 2.2. Применяя метод наименьших квадратов, по значениям  $N_-^i$  для напряжений пробоя получены значения коэффициентов в случае степенной аппроксимации вида (2.15):  $n = 3.72$ ,  $A = 11.0 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  для стальных электродов,  $n = 4.65$ ,  $A = 22.2 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  для латунных электродов. Все рассчитанные параметры соответствуют  $E_1 = 1 \text{ МВ/см}$ . Методы восстановления с использованием формул (2.20) и (2.22) дают близкие степенные аппроксимации для зависимости  $\mu(E)$  (рис. 2.16, кривые 3, 4 и 5), что подтверждает достоверность полученных результатов.

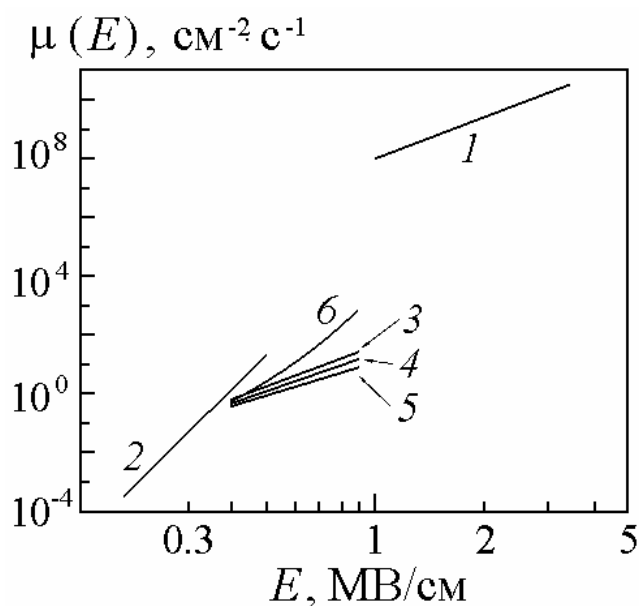


Рис. 2.16. Восстановленные из экспериментов зависимости  $\mu(E)$ : для н-гексана по данным [81] (прямая 1), для трансформаторного масла по данным [92] (прямая 2), для ПФДБЭ при степенной аппроксимации с использованием метода фиксированной вероятности (3), метода гистограмм для латунных (4) и для стальных электродов (5), и при аппроксимации (2.23) (кривая 6).

Прямое компьютерное моделирование (см. следующий параграф) показало, что при степенной аппроксимации (2.15) смоделированные серии напряже-

ний пробоя имеют слишком большой статистический разброс. Аппроксимация более резкой зависимостью от  $E$  (2.23) лучше описывает гистограммы напряжений пробоя [25].

На рис. 2.16 показаны полученные зависимости  $\mu(E)$  для н-гексана, трансформаторного масла и ПФДБЭ. В диапазоне напряженностей поля 0.3 – 0.9 МВ/см вероятность инициирования пробоя в дегазированном и фильтрованном ПФДБЭ заметно ниже, чем для трансформаторного масла, что свидетельствует о его более высокой электрической прочности.

#### 2.4. Моделирование инициирования пробоя жидких диэлектриков с использованием функций $\mu(E)$

Используя восстановленные зависимости  $\mu(E)$ , можно получить зависимости вероятности инициирования разряда для электродов различных конфигураций и напряжений разной амплитуды, формы и длительности. В настоящем параграфе приводятся результаты моделирования напряжений пробоя перфтордибутилового эфира для случая полусферических электродов и синусоидального напряжения линейно нарастающей амплитуды (2.12).

Используя вероятность пробоя (2.24) и формулу (2.12), получаем:

$$\int_0^{\omega t_S} \tau |\sin \tau| \left[ e^{B\tau |\sin \tau|} - 1 \right] d\tau = - \frac{\omega^2}{\sqrt{2\pi} A g k_e R} \ln(\zeta), \quad (2.27)$$

где  $B = \sqrt{2} k_e / (\omega d g)$  и  $\zeta$  – случайная величина, равномерно распределенная в интервале от 0 до 1. Формула (2.27) позволяет вычислить время запаздывания пробоя  $t_S$ . Для этого интегрирование в левой части (2.27) выполняется численно до тех пор, пока значение интеграла не станет равным значению правой части. Далее, значение  $t_S$ , при котором достигнуто равенство, позволяет вычислить текущее амплитудное значение напряжения пробоя  $V_{пр} = k \cdot t_S$ .

Затем, используя приближенное равенство, справедливое для узких зазоров

между полусферическими электродами,  $\int_S \mu(E) dS \approx \pi d R E_0 \int_0^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE$  [99], и

еще одно случайное число  $\xi$ , можно вычислить случайное значение напряжен-

ности электрического поля  $E$  на поверхности электрода из уравнения

$$\int_E^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE \left[ \int_0^{E_0} \frac{\mu(E)}{E^2} dE \right]^{-1} = \xi .$$

Отсюда, используя аппроксимацию  $\mu(E)$  в форме (2.23), найдем  $E$ :

$$E = g \left( \exp\left(\frac{E_0}{g}\right) - \xi \left( \exp\left(\frac{E_0}{g}\right) - 1 \right) \right),$$

где  $E_0 = V/d$ . Соответствующее полю  $E$  значение полярного угла на сфере  $\theta$  вычисляется из выражения

$$\cos \theta = 1 - \beta \left( \frac{E_0}{E} - 1 \right),$$

полученного из (2.8). Случайная величина азимутального угла  $\alpha = 2\pi\zeta$  равномерно распределена в интервале от 0 до  $2\pi$ . Тогда, координаты проекции точки, в которой произошло инициирование пробоя, на плоскость, перпендикулярную направлению  $\theta = 0$  (рис. 2.1), будут:

$$x = R \sin \theta \cos \alpha, \quad y = R \sin \theta \sin \alpha .$$

Таблица 2.3.

Средние значения эффективных напряжений пробоя между полусферическими электродами.

$d$ , мм	$R$ , мм	$\langle V_{эф} \rangle$ , кВ	
		Моделирование	Эксперимент
0.44	40	19.7	18.7
0.9	40	33.1	37.7
1.7	40	50.8	49.4
2.5	40	67.5	73.4
0.44	30	20.8	23.3
0.9	30	35.9	41.2
1.7	30	53.6	50.5
2.5	30	69.0	70.8

В таблице 2.3 сравниваются результаты моделирования напряжений пробоя с результатами экспериментов в случае аппроксимации  $\mu(E)$  в форме (2.23) при  $A = 0.02 \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ,  $g = 0.09 \text{ МВ/см}$ . Параметры определялись подбором по средним значениям напряжений пробоя по результатам большого количества численных экспериментов. Максимальное отклонение смоделированных средних напряжений пробоя от экспериментальных составляет 12.9% ( $d = 0.9 \text{ мм}$ ,  $R = 30 \text{ мм}$ ). Для сравнения, среднее квадратичное отклонение напряжений пробоя в той же серии пробоев составляет 17.8% от среднего значения. Таким образом, результаты моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментами по пробую ПФДБЭ.

Типичная серия напряжений пробоя, полученных компьютерным моделированием в случае аппроксимации (2.23), показана на рис. 2.17. На рис. 2.18,*а* показаны результаты моделирования распределения мест инициирования пробоя на поверхности полусферического электрода. Для сравнения на рис. 2.18,*б* приведена фотография поверхности электрода из нержавеющей стали после 120 пробоев в ПФДБЭ при тех же значениях  $d$ ,  $R$ ,  $k_e$ .

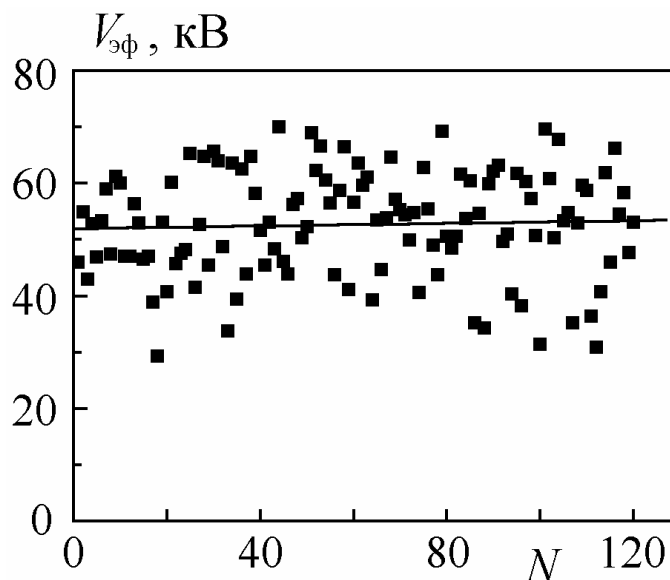


Рис. 2.17. Моделирование серии пробоев в перфтордибутиловом эфире при синусоидальном напряжении линейно нарастающей амплитуды (2.12).  $R = 40 \text{ мм}$ .  $d = 1.7 \text{ мм}$ .  $k_e = 2 \text{ кВ/с}$ .  $A = 0.02 \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ,  $g = 0.09 \text{ МВ/см}$ .  $d = 0.44 \text{ мм}$ .  $R = 3 \text{ см}$ .  $N_0 = 120$ .



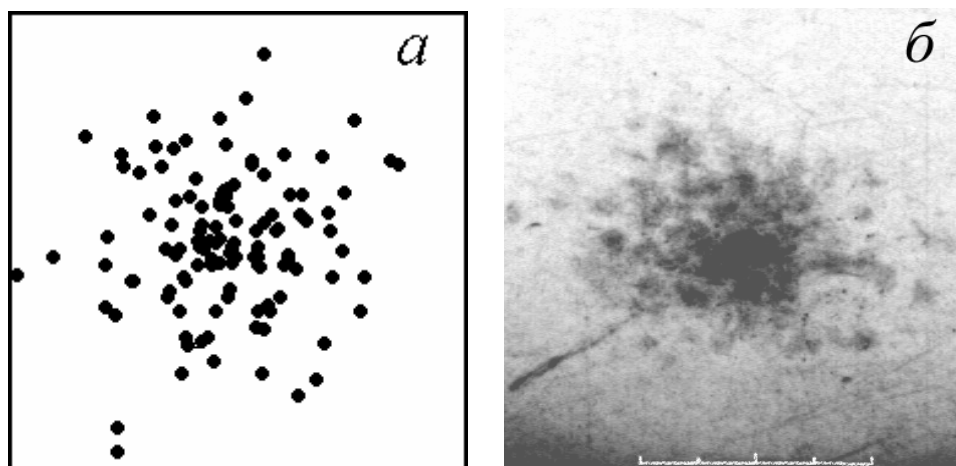


Рис. 2.18. Распределения мест иницирования пробоя по поверхности полусферического электрода: (а) моделирование, (б) эксперимент. Размер показанной области на рисунках  $8 \times 8$  мм.  $A = 0.02 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ ,  $g = 0.09 \text{ МВ/см}$ .  $k_e = 2 \text{ кВ/с}$ .  $d = 0.44 \text{ мм}$ .  $R = 3 \text{ см}$ .  $N_0 = 120$ .

Результаты моделирования согласуются с данными экспериментов, что подтверждает развитые в данной главе методы и полученные в результате функции  $\mu(E)$  для соответствующих жидкостях.

**Выводы.** В настоящей главе показано, что проведя измерения статистических времен запаздывания пробоя или пробивного напряжения при какой-либо конфигурации электродов и какой-либо форме напряжения, можно прогнозировать эти величины для любой другой конфигурации электродов и формы напряжения, по меньшей мере, в тех случаях, для которых время запаздывания зажигания разряда больше времени его формирования. На основе анализа восстановленных функций  $\mu(E)$  для трансформаторного масла и перфтордибутилового эфира установлено, что динамическая электрическая прочность перфтордибутилового эфира заметно выше прочности трансформаторного масла в диапазоне электрических полей  $400 - 900 \text{ кВ/см}$ . Впервые проведено стохастическое моделирование серий пробоев в диэлектриках. Полученные результаты подтверждают применимость предложенного в [99] подхода к исследованию электрической прочности жидких диэлектриков.