

Глава 3. Феноменологическая стохастическая модель роста разрядных структур при пробое жидких диэлектриков

3.1. Основные положения и уравнения модели

Анализ экспериментальных данных о развитии разряда в жидких диэлектриках с разными физико-химическими свойствами (глава 1) показал, что рост разрядных структур в значительной мере определяется распределением электрического поля в межэлектродном промежутке. Продвижение в диэлектрике вершины каждого канала структуры происходит посредством присоединения к каналу новых участков проводящей фазы. При этом процессы ударной и автоионизации, диссоциации и рекомбинации на вершине канала зависят от локальной напряженности электрического поля. Направление, в котором формируется новый участок канала, зависит от флуктуации микрополей и флуктуаций структуры и состава жидкости вблизи канала разряда, в результате чего канал случайным образом может изменить направление движения. В процессе роста канал разряда подвержен ветвлению. В некоторых работах (например, [66, 107]) в качестве возможной причины этого явления рассматривается развитие различных неустойчивостей в локальном электрическом поле напряженности E . В [107] рассматривалась возможность развития неустойчивости ионизационного фронта на головке разрядного канала, а в [66] авторами исследовалась электрогидродинамическая неустойчивость границы «разрядная структура–жидкость». Однако, строгой теории явления ветвления каналов разряда нет, и в первом приближении можно считать, что ветвление происходит непредсказуемо во времени и пространстве, и можно описывать этот процесс как случайный. В настоящей работе принимается предположение, аналогичное принятому в [68], о том, что вероятность роста и ветвления разрядного канала в жидкости с заданными свойствами при фиксированных внешних условиях (давление, температура, и т.д.) определяется только локальным электрическим полем на его вершине (при этом подразумевается, что скорость движения головки канала, ее радиус и напряженность поля на головке взаимозависимы в силу самосогласова-

ного характера роста [101]). В главе 1 (параграф 1.3) было показано, что такой макроскопический подход с использованием распределений вероятностей роста новых разрядных каналов является единственным на сегодняшний день методом, позволяющим моделировать формирование в разрядном промежутке пространственно нерегулярных сильно разветвленных разрядных структур.

Каналы разрядной структуры занимают лишь небольшую по объему область диэлектрической жидкости. Граница диэлектрик – канал на теневых фотографиях весьма резкая, при этом в любой области вне каналов (в том числе в непосредственной близости от канала) жидкость остается прозрачной вплоть до образования в этой области новой фазы [52]. Экспериментальные наблюдения показывают, что поверхность участка канала может быть неровной (изрезанной), однако детальные исследования этого вопроса до сегодняшнего дня не проводились. Экспериментальных данных о внутренней структуре канала на сегодняшний день нет в силу причин, подробно изложенных в главе 1. В дан-

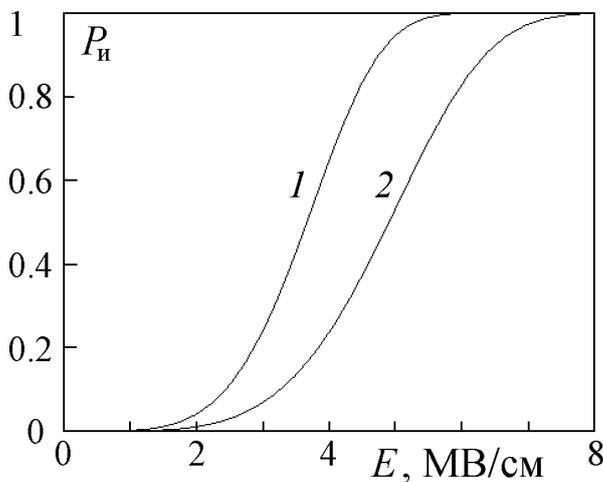


Рис. 3.1. Вероятность инициирования разряда с острейного электрода в зависимости от напряженности поля на его вершине за 50 нс. $d = 4$ мм, $r_0 = 100$ (1) и 50 мкм (2).

ной работе разрядная структура описывается системой отдельных цилиндрических проводящих элементов, имитирующих участки плазменных каналов.

Рост разрядной структуры, как правило, начинается на одном из электродов. Чтобы определить время запаздывания инициирования и место инициирования разрядной структуры на поверхности электрода, можно использовать результаты восста-

новления плотности вероятности инициирования разряда $\mu(E)$ (глава 2). На рис. 3.1 показаны вероятности инициирования разряда $P_{и}$ в н-гексане в геометрии электродов острие-плоскость за интервал времени 50 нс с момента подачи по-

стоянного напряжения. Вероятности рассчитаны с использованием (2.4), при этом считалось, что зависимость (2.25) можно экстраполировать на область более высоких полей, и равенства $P_{и} = 1 - P_{..}$. По горизонтальной оси отложены значения напряженности поля на вершине острия. Использована восстановленная из экспериментов зависимость $\mu(E)$ в виде (2.25) при радиусах острия $r_0 = 100$ (кривая 1) и 50 мкм (кривая 2). При расчете вероятностей использовалось распределение электрического поля в разрядном промежутке, полученное в [135] для случая аппроксимации системы электродов проводящим гиперболоидом над плоскостью.

В рамках принятого в настоящей работе макроскопического подхода считалось, что разрядные каналы образуются, если локальная напряженность поля в диэлектрике превышает критическое значение E_* , которое характеризует электрическую прочность диэлектрика. Для описания «квазипорогового» характера фазового перехода диэлектрик–разрядный канал использовался флуктуационный критерий роста разрядной структуры (А. Л. Куперштох [117-120]). Согласно этому критерию, на каждом шаге по времени τ для каждой связи i между двумя соседними узлами сетки, один из которых принадлежит проводящей структуре (или электроду), а другой – диэлектрику, проверяется условие

$$E_i > E_* - \delta_i \quad (3.1)$$

где E_i – проекция локального электрического поля на прямую, проходящую через связь i , δ_i – флуктуации критического поля E_* , обусловленные неоднородностью локальной структуры жидкости (можно считать, что δ_i учитывают также флуктуации и локального поля E_i). При компьютерном моделировании E_i рассчитывалось как отношение падения потенциала вдоль связи i сетки к длине этой связи. На месте тех связей, для которых условие (3.1) выполняется, возникают новые элементы проводящей структуры. Согласно критерию (3.1) на каждом шаге может образоваться несколько новых проводящих элементов или не образоваться ни одного. Таким образом, предполагается, что новые элементы структуры на одном и том же шаге образуются независимо друг от друга. В

принципе, функция распределения для флуктуаций может быть получена на основании точного кинетического расчета, однако на сегодняшний день эта задача представляется чрезвычайно сложной. Другой путь заключается в выборе модельной функции, отвечающей современным представлениям о развитии разряда в жидкостях и зависящей от ряда параметров, которые можно найти из сопоставления результатов моделирования с физическими экспериментами. В экспериментах наблюдается резкая зависимость вероятности пробоя от напряженности поля в промежутке, поэтому можно считать, что заметные флуктуации E_* имеют место только в узком диапазоне E . Использовалось следующее распределение вероятности для флуктуаций δ

$$\varphi(\delta) = \frac{1}{g} \exp\left(-\frac{\delta}{g}\right). \quad (3.2)$$

Тогда, $\delta = -g \ln(\xi)$ [125]. Здесь и далее ξ является случайной величиной, равномерно распределенной в интервале от 0 до 1. Ширина распределения g представляет собой характерный масштаб флуктуаций поля в жидкости, зависящий от строения, свойств и состояния жидкости. Для функции распределения (3.2) найдем вероятность образования элемента i за один шаг по времени τ [120]:

$$p(E_i > E_* - \delta_i) = p(\delta_i > E_* - E_i) = \int_{E_* - E_i}^{\infty} \frac{1}{g} \exp\left(-\frac{\delta}{g}\right) d\delta = \exp\left(\frac{E_i - E_*}{g}\right), \text{ или}$$

$$p(E) = A_* \exp\left(\frac{E}{g}\right), \quad (3.3)$$

где $A_* = \exp(-E_*/g)$ – константа, зависящая от свойств диэлектрика. Заметим, что вероятность (3.3) практически равна нулю при относительно небольших значениях напряженности поля ($E \ll E_*$) и быстро возрастает при увеличении E .

Критерий роста (3.1)–(3.3) позволяет описать сильно неравновесный процесс развития разрядных каналов в жидких диэлектриках. Выбор параметров E_* и g можно осуществить следующим образом. Из уравнения (3.3) найдем среднюю скорость роста канала в электрическом поле E . Если за один шаг по времени длительностью τ разрядный канал распространяется на расстояние од-

ного шага сетки, то его скорость равна h/τ . Вероятность этого равна $p(E)$. С вероятностью $1 - p(E)$ скорость равна 0. Средняя скорость роста канала получается из выражения $\frac{h}{\tau} \cdot p(E) + 0 \cdot (1 - p(E))$ и равна [120]:

$$v(E) = A \cdot \exp(E/g), \quad \text{где } A = \frac{h}{\tau} \exp\left(-\frac{E_*}{g}\right). \quad (3.4)$$

Эта формула позволяет, вообще говоря, найти значения параметров модели A (а, следовательно, и E_* при фиксированном шаге сетки) и g , сравнивая значения скорости роста вершины разрядного канала (3.4) с экспериментальными данными. Кроме того, (3.4) устанавливает соответствие между непрерывной физической величиной – скоростью роста – и ее аналогом на дискретной сетке. Однако, из-за отсутствия экспериментальных данных о зависимости $v(E)$ для одиночных разрядных каналов в настоящей работе параметры A и g выбирались путем сравнения средней скорости роста структуры, полученной моделированием, со средними скоростями роста разрядных структур в экспериментах при разных напряжениях (глава 5).

Согласно критерию роста (3.1), при распределении (3.2) вероятность образования нового элемента выражается формулой (3.3). С другой стороны, найдем вероятность \tilde{p} образования элемента за время $\Delta t \ll \tau$. Допустим, что \tilde{p} не зависит от предыдущих моментов времени на данном шаге, тогда $\tilde{p} = r(E) \Delta t$, где $r(E)$ – функция электрического поля (глава 1). Определим, с какой вероятностью новый элемент может возникнуть через m интервалов по времени Δt на $(m+1)$ интервале, если все временные интервалы равны. Эта вероятность равна

$$P(m \Delta t < t < (m+1)\Delta t) = (1 - \tilde{p})^m \cdot \tilde{p} = (1 - r(E)\Delta t)^m \cdot r(E) \cdot \Delta t.$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ получаем плотность вероятности появления нового элемента во времени при флуктуационном критерии роста:

$$f(t) = r(E) \cdot \exp(-r(E) \cdot t). \quad (3.5)$$

Отсюда, среднее время образования нового элемента в постоянном поле $\langle t \rangle = 1/r(E)$. Если поле изменяется со временем, то время образования нового

элемента – функционал от $E(t)$.

Основываясь на приведенных соображениях, критерий роста (3.1) можно интерпретировать с точки зрения времени образования новых проводящих элементов. Из формулы (3.5) вероятность возникновения элемента в поле E_i за время $0 \leq t \leq \tau_i$ описывается экспоненциальным распределением:

$$P(E_i, \tau_i) = 1 - \exp(-r(E_i) \cdot \tau_i). \quad (3.6)$$

Отсюда следует, что каждому случайному значению ξ_i , равномерно распределенному в интервале от 0 до 1, можно сопоставить время возникновения i -го звена $\tau_i = -\frac{\ln(1 - \xi_i)}{r(E_i)}$. Из формулы (3.6) при $\tau_i = \tau$ получаем вероятность образо-

вания нового проводящего элемента структуры за шаг по времени. Приравняв эту вероятность вероятности (3.3), получим:

$$r(E) = -\frac{1}{\tau} \ln \left(1 - \exp \left(\frac{E - E_*}{g} \right) \right). \quad (3.7)$$

Используя (3.7) можно показать, что флуктуационный критерий роста (3.1) эквивалентен неравенству $\tau_i < \tau$. Таким образом, флуктуационный критерий роста разрядной структуры можно интерпретировать с точки зрения времени возникновения новых элементов структуры. При этом, распределение вероятностей времени возникновения (3.6) точно такое же, как распределение (1.5) для одноэлементных моделей [1, 114-116].

Модель распространения разрядной структуры в жидком диэлектрике должна включать в себя, помимо стохастического критерия роста, также и детерминистические уравнения. К ним относятся уравнения электродинамики для расчета распределения электрического поля в разрядном промежутке и переноса зарядов внутри каналов разряда, кинетические уравнения для описания процессов ионизации, диссоциации, рекомбинации, прилипания и отлипания электронов и других микропроцессов, а также уравнения гидродинамики для расчета расширения каналов. Рассмотрим сначала электрическую часть задачи.

Значения напряженности изменяющегося электрического поля в диэлектрике в каждый момент времени зависят от скорости установления поляриза-

ции в среде, которая характеризуется временем релаксации поляризации. Например, время дипольной релаксации такой полярной жидкости как вода составляет 10^{-10} с. В неполярных и слабо полярных жидкостях, таких как *n*-алканы (например, пентан), циклоалканы (циклогексан) и др., время релаксации меньше на один–два порядка [139]. Таким образом, во многих жидких диэлектриках, использующихся в качестве изоляции и исследуемых в экспериментах, за времена порядка 0.1 нс успевают произойти быстрые виды поляризации (электронная, ориентационная) [140]. Можно считать, что в этих диэлектриках электрическое поле в каждый момент времени отличается от поля в вакууме на величину статической относительной диэлектрической проницаемости ϵ . Для большого числа исследуемых в экспериментах жидких диэлектриков ϵ не превышает 10.

Изменение поля вызвано протеканием тока в разрядной структуре. Из анализа экспериментальных данных следует (глава 1), что одиночные импульсы тока имеют длительность по меньшей мере $\tau_T > 1$ нс. Можно считать, что τ_T дает оценку снизу для интервала времени, на котором происходят заметные изменения распределения электрических зарядов в промежутке. При разряде в сантиметровых промежутках ($d \sim 1$ см) установление электрического поля в жидкости происходит за время $\tau_{\Pi} \sim d/c \sim 10^{-10}$ с, при условии, что величина и положение всех зарядов фиксированы, где c – скорость света в среде. Поскольку $\tau_T \gg \tau_{\Pi}$, в каждый момент времени можно считать, что распределение поля в промежутке определяется распределением неподвижных зарядов и можно использовать уравнения электростатики.

Другое обоснование применимости уравнений электростатики основано на малости скорости роста разрядных каналов (от 10^3 м/с до $\sim 10^5$ м/с) по сравнению со скоростью света, что говорит об относительно медленном протекании разрядных процессов в плазменных каналах. При этих же условиях можно пренебречь действием магнитного поля на кинетику электронов в разрядных каналах. Таким образом, для расчета электрического поля в межэлектродном промежутке использовались уравнения электростатики:

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi\rho, \quad \vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \quad \vec{E} = -\nabla\varphi, \quad (3.8)$$

где \vec{D} – электрическая индукция, \vec{E} и φ – напряженность и потенциал электрического поля, ρ – объемная плотность электрического заряда.

В проводящей фазе под действием поля возникает электрический ток плотностью \vec{j} . Электрический заряд и ток в разрядной структуре связаны уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{j}) = 0. \quad (3.9)$$

Кинетика электронов в плазме разрядных каналов определяется напряженностью электрического поля. В разрядном канале эта зависимость имеет сложный вид, который на сегодняшний день не установлен (Глава 4). В настоящей работе для расчета токов в разрядной структуре использовался закон Ома:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}. \quad (3.10)$$

Здесь σ – удельная электропроводность в некоторой точке проводящей фазы (глава 4).

Для хороших диэлектриков собственная электропроводность мала по сравнению с σ каналов, поэтому в настоящей модели считалось, что σ диэлектрика равна 0.

Таким образом, на каждом шаге роста длительностью τ к проводящей структуре присоединяются новые элементы, удовлетворяющие критерию роста (3.1), (3.2). Затем, используя систему уравнений (3.8) – (3.10), определяются новые распределения поля и зарядов в разрядном промежутке.

3.2. Численная реализация уравнений модели

Рост проводящей структуры в модели включает две фазы: 1) образование новых элементов структуры в соответствие со стохастическим критерием роста, 2) перенос вдоль элементов электрического заряда, изменение проводимости элементов со временем (обусловленное изменением параметров плазмы в канале и его расширением), изменение радиуса канала со временем. В результате

развития проводящей структуры в разрядном промежутке изменяется величина полного заряда и распределение заряда, и, в соответствии с уравнением (3.8), распределение электрического поля.

Для нахождения распределений электрического заряда и потенциала на каждом шаге по времени система уравнений (3.8) – (3.10) решалась конечно-разностными методами. В применении к росту разрядных структур эта система впервые решалась для квадратной сетки [119]. В трехмерном случае система конечно-разностных уравнений для шага по времени номера $(n + 1)$ имеет вид:

$$L_{i,j,k}(\varphi^{n+1}) = -4\pi \frac{Q_{i,j,k}^{n+1}}{\varepsilon h^3}, \quad \frac{Q_{i,j,k}^{n+1} - Q_{i,j,k}^n}{\tau} = -\underline{Div}(I_m^n), \quad (3.11)$$

где $I_m^n = -\sigma_m^n s \Delta \varphi_m^n / l_m$ и

$$L_{i,j,k}(\varphi) = \frac{1}{6h^2} (\varphi_{i+1,j,k} + \varphi_{i-1,j,k} + \varphi_{i,j+1,k} + \varphi_{i,j-1,k} + \varphi_{i,j,k+1} + \varphi_{i,j,k-1} - 6\varphi_{i,j,k})$$

– конечно-разностный оператор Лапласа, h – длина ребра решетки,

$\underline{Div}(I_m) = \sum_{m=1}^M I_m$ – сумма по всем токам I_m , вытекающим из некоторой вершины

графа, m – индекс, нумерующий связи узла с сеточными координатами (i, j, k) с его ближайшими соседями, M – число соседних вершин графа, $\Delta \varphi_m$ – разность потенциалов вдоль связи, l_m – длина элемента проводящей структуры, s – его поперечное сечение, σ_m – удельная электропроводность, а τ – шаг по времени.

Расчеты роста проводящих структур на трехмерной сетке, проведенные по явной разностной схеме (3.11), показали, что схема становится неустойчивой при достаточно больших значениях проводимости σ_m . В [119] для двумерного случая была использована устойчивая неявная по времени разностная схема, которая подробно описана в [7]. В настоящей работе проведено обобщение этой неявной разностной схемы на случай трехмерной сетки.

Подставим уравнение для заряда из (3.11) на шаге по времени $(n + 1)$, в котором подставлены значения разности потенциалов на этом же шаге,

$$Q_{i,j,k}^{n+1} = Q_{i,j,k}^n + \underline{Div}(\sigma_m^n s \Delta \varphi_m^{n+1} / l_m) \tau$$

в уравнение для потенциала системы (3.11) на шаге $(n + 1)$

$$L_{i,j,k}(\varphi^{n+1}) = -4\pi Q_{i,j,k}^{n+1} / \varepsilon h^3.$$

В результате, получим конечно-разностное уравнение для нахождения электрического потенциала на следующем шаге по времени:

$$L_{i,j,k}(\varphi^{n+1}) \varepsilon h^3 + 4\pi \tau s \underline{Div}(\sigma_m \Delta \varphi_m^{n+1} / l_m) = -4\pi Q_{i,j,k}^n. \quad (3.12)$$

В рассматриваемой схеме (3.12) «новое» распределение зарядов (на следующем шаге) может быть рассчитано, если вычислить лапласиан от «нового» распределения потенциала электрического поля. В этом случае схема не будет являться консервативной. Для того чтобы обеспечить сохранение заряда на структуре и электродах, в настоящей работе решалось уравнение непрерывности, в котором использовались значения потенциала для следующего шага по времени, рассчитанные по уравнению (3.12):

$$Q_{i,j,k}^{n+1} = Q_{i,j,k}^n + \tau s \sum_{m=1}^M \sigma_m \Delta \varphi_m^{n+1} / l_m. \quad (3.13)$$

Разработанный метод расчета устойчив в широком диапазоне изменения параметра $\frac{4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \tau \cdot s}{h^2}$ вплоть до значений 10^5 . В отличие от явных схем, неявная схема (3.12)–(3.13) позволяет производить расчет при достаточно больших шагах по времени, что значительно сокращает время расчета, и больших значениях проводимости разрядных структур, что расширяет возможности модели.

На каждом шаге по времени уравнение (3.12) решалось методом верхней релаксации. Рост проводящих структур моделировался на сетках с размерами $61 \times 61 \times 61$ (в центрально-симметричной геометрии) и $51 \times 51 \times 51$ (в геометрии острие-плоскость). Размеры сеток были ограничены возможностями использовавшихся компьютеров. Потенциал электрического поля рассчитывался с относительной погрешностью $\varepsilon < 10^{-4}$.

В расчетах для каждого узла кубической решетки использовались $M = 26$

допустимых направлений распространения канала (включая диагонали). На

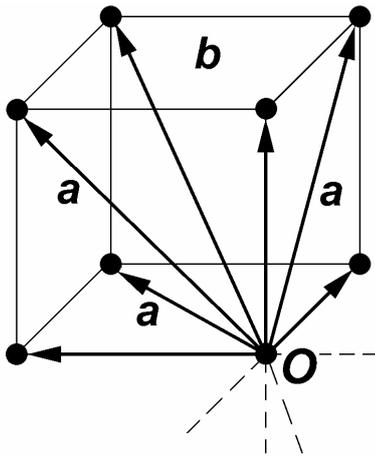


Рис. 3.2. Возможные направления роста разрядного канала внутри одной кубической ячейки сетки.

рис. 3.2 показаны 7 из них, соответствующих одной ячейке кубической решетки. Другие 19 направлений роста получаются если добавить семь ячеек, для которых узел O является одной из вершин. Учет диагональных направлений роста позволяет уменьшить анизотропию растущей структуры.

В этом случае, очевидно, вдоль диагональных направлений (направления (a) и (b) на рис. 3.2) скорость роста u будет отличаться от u вдоль ребер решетки. Для устранения этого несоответствия использовался следующий вероятностный алгоритм [19, 120]. Рост диагональных элементов задерживался на один шаг по времени с вероятностью p_i .

В данной работе этот алгоритм был обобщен на трехмерный случай. Будем считать, что диагональный элемент структуры, лежащий в одной из граней куба, относится к типу (a) , а элемент вдоль диагонали куба – к типу (b) (рис. 3.2). Длина диагонали типа (a) равна $h_i = h_a = \sqrt{2} h$, типа (b) – $h_i = h_b = \sqrt{3} h$. Пусть на некотором шаге по времени согласно стохастическому критерию роста возник новый, диагональный элемент проводящей структуры. Будем считать, что с вероятностью p_i элемент присоединяется к структуре на том же шаге, с вероятностью $(1 - p_i)$ – на следующем. Если появление диагонального элемента откладывается до следующего шага, то соответствующий ему узел исключается из числа узлов диэлектрика, участвующих в выборе согласно критерию роста на следующем шаге. Средняя скорость роста вдоль диагоналей равна:

$$\langle u \rangle = \frac{h_i}{\tau} p_i + \frac{h_i}{2\tau} (1 - p_i) = \frac{h_i}{2\tau} (1 + p_i).$$

Приравнивая среднюю скорость для каждой диагонали значению скорости рос-

та вдоль основных ребер $u = \frac{h}{\tau}$, найдем соответствующие вероятности p_i . Для диагонали типа (а) $p_a \approx 0.4142$, для диагоналей типа (б) $p_b \approx 0.1547$. Таким образом, при моделировании скорость распространения разрядного канала обеспечивалась равной для всех элементов, включая оба типа диагоналей, при условии, что проекции напряженности электрического поля на направления этих диагоналей одинаковы.

При расчетах разность потенциалов между соседними узлами нельзя считать одинаковой в разные моменты времени. Однако, если шаг по времени мал (что необходимо выполняется при вычислениях), потенциал узла за один шаг по времени изменяется мало, следовательно, изменением скорости роста за два шага, обусловленное изменением напряженности поля, можно пренебречь.

Равенство средних скоростей роста вдоль каждого типа диагоналей проверялось в специальных расчетах. Для этого в центрально-симметричном поле моделировался рост структуры, который начинался из единственного центрального узла, в котором значение потенциала было постоянным (внутренний электрод). Из этого узла рост возможен по всем 26 направлениям. Далее рост разрешается только по этим начальным направлениям в соответствии с одним из стохастических критериев, например, флуктуационным. В результате формируется структура наподобие звезды с 26 лучами. В серии расчетов было показано, что средняя длина лучей, соответствующих обоим типам диагоналей, равна средней длине лучей вдоль ребер кубической решетки, то есть условие равенства средних скоростей выполнено.

При моделировании для описания состояния узла решетки для каждого узла используется целое число n_{ijk} . Ниже указаны возможные значения этого массива состояний:

$$n_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{диэлектрик} \\ 1..27, & \text{проводящая фаза} \\ 30, & \text{соседние с проводящей структурой узлы диэлектрика, которые} \\ & \text{могут присоединиться к структуре на следующем шаге роста} \\ 31..57, & \text{связи сетки, присоединение которых к структуре отложено} \\ & \text{до следующего шага по времени} \\ 60, & \text{катод} \\ 70, & \text{анод} \end{cases}$$

Массив состояний n_{ijk} позволяет также описать локальную структуру проводящей фазы в окрестности узла сетки с индексами i, j, k . Введем локальную систему координат x, y, z в окрестности произвольного узла сетки, как показано на рис. 3.3. Индексы массива связаны с локальными координатами x, y, z следующим образом: $n_{ijk} = 1 + (1 + y) + 3 \cdot (1 + x) + 9 \cdot (1 + z)$. Если узел сетки принадлежит к проводящей фазе, то число n_{ijk} показывает локальную координату соседнего узла, из которого образовался новый проводящий элемент. Введенная таким образом координатная система позволяет перемещаться вдоль ветвей разрядной структуры от кончиков к основанию, а также существенно ускоряет расчет текущих значений напряженности электрического поля, тока, энерговыделения, гидродинамических характеристик для каждого элемента структуры.

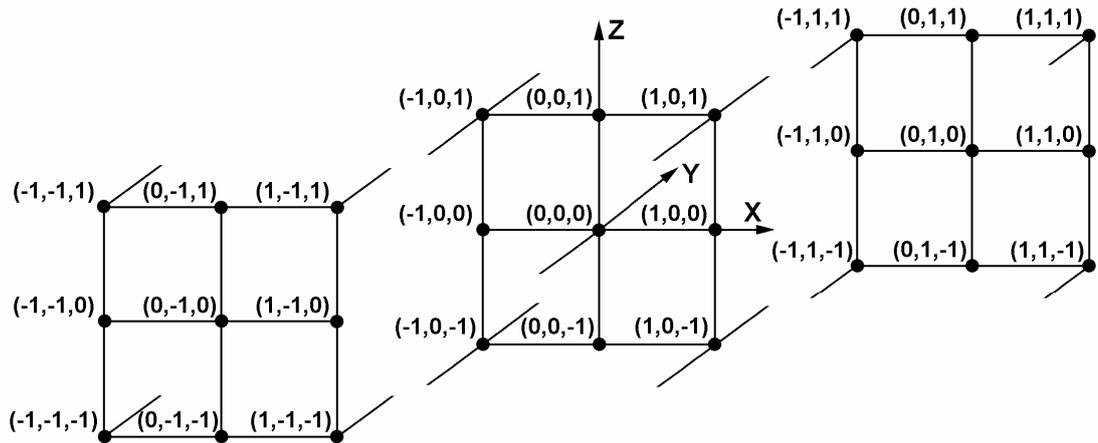


Рис. 3.3. Локальная система координат в окрестности произвольно выбранного узла решетки (в центре).

В процессе моделирования роста разрядной структуры значения E_k на кончиках структуры получаются как результат самосогласованного развития всех

проводящих ветвей структуры. При этом, средние значения напряженности поля на кончиках могут значительно отличаться в разные моменты времени. При низких значениях E_k за один шаг по времени во флуктуационной модели может не возникнуть ни одного звена, что увеличивает время моделирования. В этом случае с точки зрения вычислений выгодно выбирать большой шаг по времени. Однако, в те моменты, когда значения E_k становятся большими, вероятность образования нового проводящего элемента высокая, и при использовании флуктуационного критерия за один шаг по времени будет возникать большое количество новых элементов, что противоречит предположению о независимом формировании элементов на одном и том же шаге. В такие моменты выгодно уменьшить длительность шага «физического» времени. При расчетах по флуктуационной модели возможно менять шаг по времени в процессе роста разрядной структуры. Для этого использовалась формула (3.4). Используя условие равенства средней скорости роста при одинаковых значениях напряженности поля, из формулы (3.4) получаем соотношение между интервалами времени на разных шагах моделирования

$$\tau = \tau_0 \exp[(E_*^0 - E_*)/g]. \quad (3.14)$$

Выводы. В рамках изложенной в настоящей главе стохастической электродинамической модели развитие разрядных структур описывается системой уравнений (3.3), (3.8) – (3.10). Разработана консервативная неявная по времени схема для решения системы уравнений (3.8) – (3.10), описывающей динамику полей и зарядов в процессе развития разрядной структуры. Описан алгоритм моделирования роста разрядной структуры.