

УДК 537.528, 662.215.1

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

*Д. А. Медведев, А. П. Ершов, А. Л. Куперштох*  
(Новосибирск)

### ВВЕДЕНИЕ

Многие сложные течения, в которых возникают развитые неустойчивости, можно исследовать только численно. Один из численных методов, подходящий для этой цели, — метод решеточного уравнения Больцмана. В данной работе рассмотрены следующие задачи.

Неустойчивости сдвигового течения, перемешивание веществ за счет их гидродинамического взаимодействия. Пример: перемешивание продуктов детонации гетерогенных ВВ типа тротил — гексоген (ТГ). Концентрации обоих компонентов не малы (практический интерес представляют составы типа ТГ 50/50). Из-за различия свойств компонентов возникает взаимодействие на масштабе зерна (мезопроцессы).

Неустойчивости в электрогидродинамике:

- 1) пульсации течения, связанные с инъекцией заряда отдельными сгустками, экранирующими электрод;
- 2) неустойчивость основной моды течения, нарушение симметрии, поперечные колебания струй, образование дополнительных вихрей;
- 3) переход вещества в газообразное состояние за счет понижения давления в области сильных электрических полей. В образовавшихся пузырьках происходит пробой газа, что может приводить к пробоем жидкого диэлектрика (пузырьковый механизм).

Для расчета течений сплошной среды используется метод ЛВЕ на квадратной сетке с 9 возможными векторами скорости (значения скорости 0, 1 и  $\sqrt{2}$ ) с оператором столкновений в форме БГК [1, 2].

### ПЕРЕМЕШИВАНИЕ ВЕЩЕСТВ ЗА СЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

#### Перемешивание компонентов гетерогенного ВВ

Электропроводность продуктов детонации (ПД) смеси тротил — гексоген монотонно убывает при повышении доли гексогена. Однако эксперименты [3] показали, что электропроводность зависит не только от процентного содержания гексогена, но и от размера его частиц. Электропроводность составов с крупными частицами выше, в некоторых случаях на порядок. Характерное время спада электропроводности также увеличивается с ростом

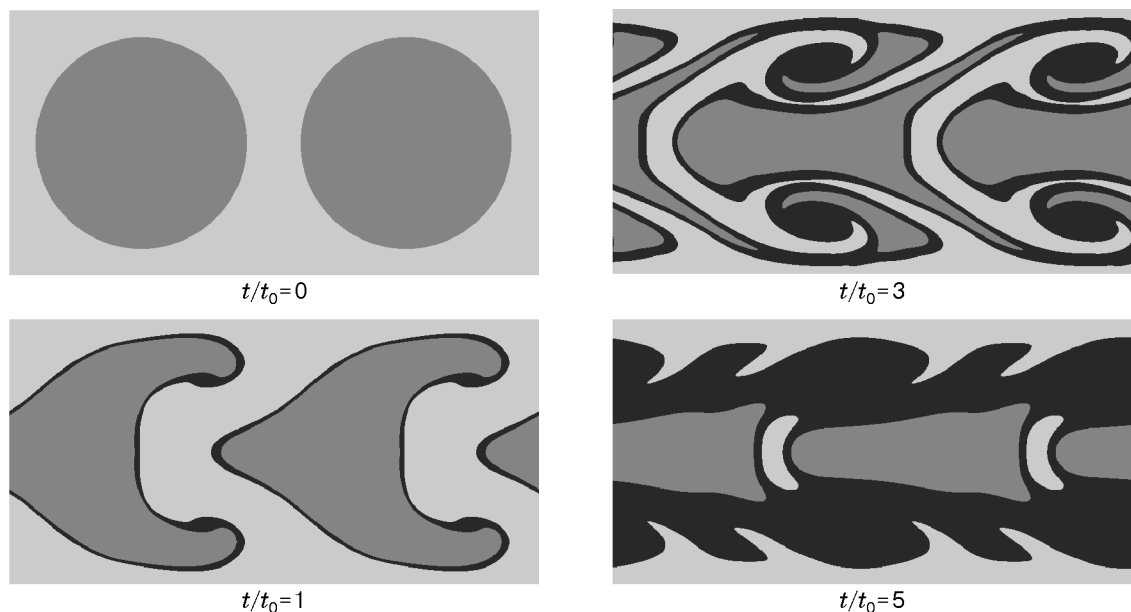


Рис. 1. Развитие неустойчивости и перемешивание при обтекании цилиндра

размера частиц. Одной из причин этого эффекта может быть перемешивание ПД тротила и гексогена за детонационной волной. Электропроводности ПД тротила и гексогена значительно отличаются (электропроводность тротила велика благодаря присутствию проводящих углеродных частиц), поэтому ток в основном идет только по связанной области, состоящей из ПД тротила. Перемешивание уменьшает объем этой области, при этом диффузионное перемешивание эффективно только для мелких частиц (толщина диффузионного слоя порядка 2 мкм за время 1 мкс). В случае крупных частиц необходимо рассматривать влияние гидродинамики и рассчитывать возникающие течения. Из-за различия свойств индивидуальных ВВ в ПД могут возникать относительные скорости  $u$  порядка сотен метров в секунду [4]. На границах зерен существует тангенциальный разрыв скорости и развиваются неустойчивости Кельвина — Гельмгольца.

#### Обтекание цилиндра

Для моделирования взаимодействия компонентов проведены двумерные расчеты обтекания первоначально круглой «капли» одного газа (которая движется влево) потоком другого газа (движущимся вправо). Результаты приведены на рис. 1. Граничные условия периодические по обеим координатам, что отражает стесненность обтекания. Число Рейнольдса около 1600. Здесь  $t_o = d/2u$  — характерное время обтекания. Граница сильно растягивается и искривляется с образованием вихрей. Темным цветом показана область, в которой разность концентраций веществ  $|n_1 - n_2|$  меньше  $0,3n_0$ . Можно считать, что в этой зоне существенно диффузионное перемешивание.

Интересно рассмотреть движение передней точки «капли». Ее скорость остается практически постоянной, несмотря на сопротивление встречного потока, что видно на рис. 2. Этот эффект связан с образованием течения в виде вихревого кольца. Так как вихревые кольца способны сохранять свою индивидуальность в течение длительного времени, это должно приводить к замедлению перемешивания на поздних стадиях.

При обтекании более мелких капель зона перемешивания относительно расширяется (рис. 3). В результате возможно перекрытие языков перемешанного вещества (в данном

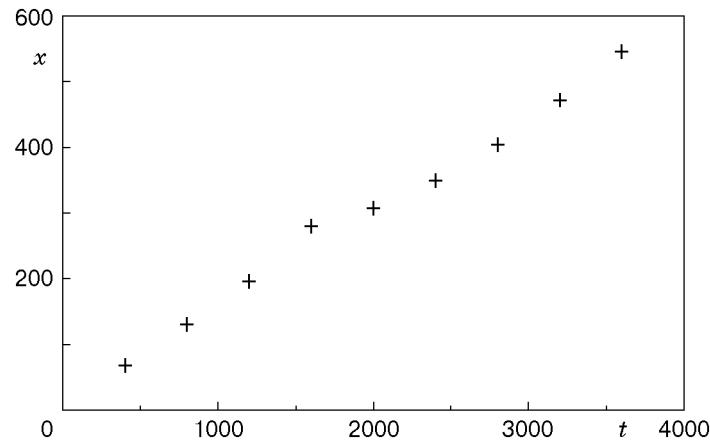


Рис. 2. Зависимость координаты передней точки «капли» от времени

случае  $Re \approx 200$ ). Ясно, что это должно приводить к резкому уменьшению электрической проводимости среды из-за исчезновения связности области проводящего компонента.

По полученным гидродинамическим конфигурациям вычислялась электрическая проводимость ячейки.

На рис. 4 представлена зависимость проводимости от безразмерного времени  $t/t_0$  для различных чисел Рейнольдса. Графики близки, т. е. перемешивание практически автомодельно. Характерное время спада проводимости в  $e$  раз  $\tau \approx 2t_0$ .

Для капель размером 200 мкм получаем время спада электропроводности 2 мкс, что согласуется с экспериментами. Для миллиметровых частиц время спада (10 мкс) заметно больше экспериментального. Однако необходимо учесть, что перемешивание — не единственный процесс, приводящий к спаду электропроводности. Полученные результаты показывают, что перемешивание продуктов детонации в основном определяет динамику электропроводности для частиц размером до  $\sim 200$  мкм. Для более крупных частиц главными являются другие факторы.

#### Влияние начальной геометрии системы

Исследована также зависимость процесса перемешивания от начальной геометрии системы. В реальных составах зерна гексогена имеют скорее форму многогранников. На рис. 5 представлены различные стадии развития неустойчивости при обтекании первоначально квадратных «капель», расположенных под разным углом к потоку. Число Рейнольдса примерно 800. Процесс в целом сходен с обтеканием цилиндра, но перемешивание более

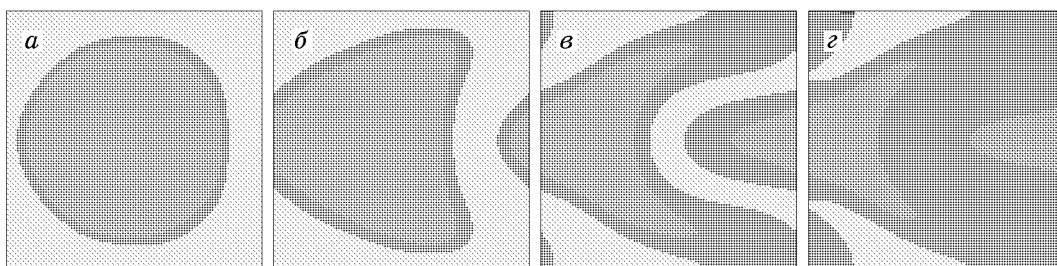


Рис. 3. Развитие неустойчивости, приводящее к перекрытию токовых каналов:  $t/t_0 = 0,25$  (а),  $0,75$  (б),  $2,0$  (в) и  $2,75$  (г)

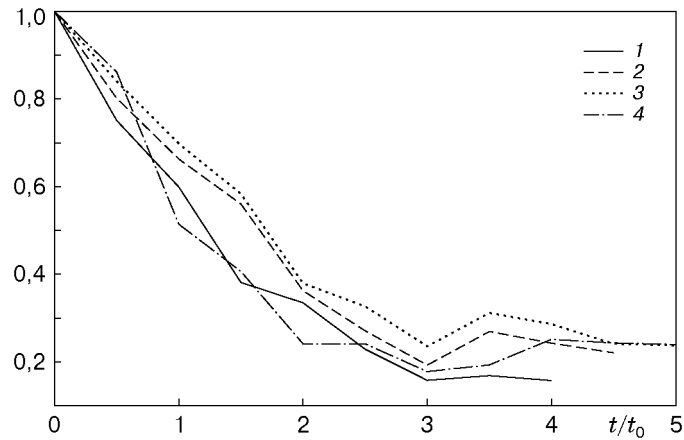


Рис. 4. Зависимость электрической проводимости от безразмерного времени  $t/t_0$ :  
 $Re \approx 400$  (1),  $800$  (2),  $1600$  (3),  $2550$  (4)

быстрое из-за наличия углов, на которых неустойчивости развиваются быстрее. Это видно также на рис. 6: проводимость ячейки в случае включений квадратной формы спадает быстрее, чем в случае круглых включений.

Во всех приведенных выше расчетах капли первоначально располагались в узлах простой квадратной решетки. Интересно исследовать, как меняется картина перемешивания в случае начального расположения с другой симметрией. В следующей серии расчетов начальное расположение капель было диагональным (квадратная решетка, повернутая на угол  $45^\circ$  к вектору относительной скорости, расположение в шахматном порядке). То есть координаты центра одной из круглых капель  $(0,0)$  (из-за периодических граничных условий эта капля выглядит как четыре области в углах расчетной ячейки). Другая капля находилась в центре ячейки. Проведены также расчеты, в которых одна подсистема капель смещена относительно другой в горизонтальном либо вертикальном направлении (это достигалось смещением центральной капли). Во всех расчетах размер ячейки  $L = 200$ , скорость обтекания  $u = 0,2$ , кинематическая вязкость  $\nu = 1/12$ , диаметр капель  $d = L/\sqrt{\pi} \approx 112$ , характерное время обтекания  $t_0 \approx 280$ , число Рейнольдса  $Re \approx 540$ . Развитие неустойчивостей при различных начальных конфигурациях представлено на рис. 7. На всех сериях первый снимок соответствует безразмерному времени  $t/t_0 = 0$ , второй —  $t/t_0 = 1$ , третий —  $t/t_0 = 3$ , четвертый —  $t/t_0 = 5$ .

Картина течения при начальном расположении включений в шахматном порядке заметно отличается от случая простой решетки. Течение довольно быстро перестраивается от в основном горизонтального вначале к в основном вертикальному с системой вихрей. Наблюдается значительная деформация капель с фрагментацией и объединением на поздних стадиях. При этом в некоторых случаях происходит перекрытие ячейки в одном из направлений.

На рис. 8 представлена зависимость проводимости ячейки от времени для шахматного расположения. Спад проводимости для «сдвинутых» конфигураций более быстрый, хотя графики близки.

Расчетные зависимости электрической проводимости удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента.

## НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ

Для расчета электрогидродинамических течений необходимо дополнительно рассмот-

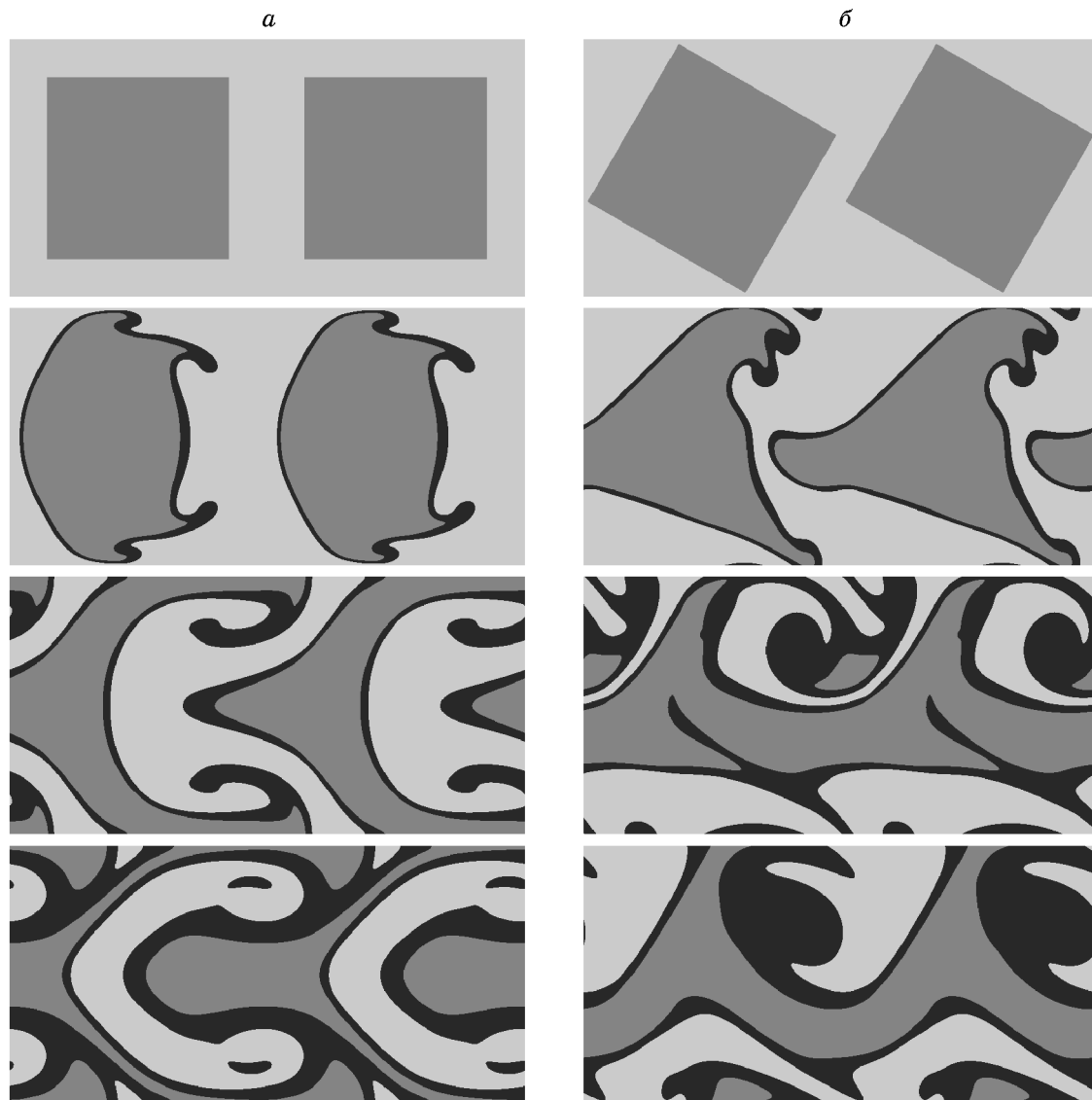


Рис. 5. Развитие неустойчивости и перемешивание при обтекании квадратной капли:  $t/t_0 = 0; 1; 3; 5$  (сверху вниз); *a* — квадрат первоначально перпендикулярен потоку, *б* — квадрат повернут на угол  $30^\circ$

реть эффекты, обусловленные электрическим полем:

- 1) конвективный перенос электрического заряда движущейся жидкостью;
- 2) вычисление электрического потенциала и переноса заряда за счет токов проводимости;
- 3) учет электродинамических сил, действующих на заряженное вещество в электрическом поле.

#### Расчет переноса заряда

Изменение заряда в данном узле происходит за счет конвективного переноса заряда движущейся средой и за счет токов проводимости (дрейфа ионов в электрическом поле). Рассмотрим по отдельности эти механизмы.

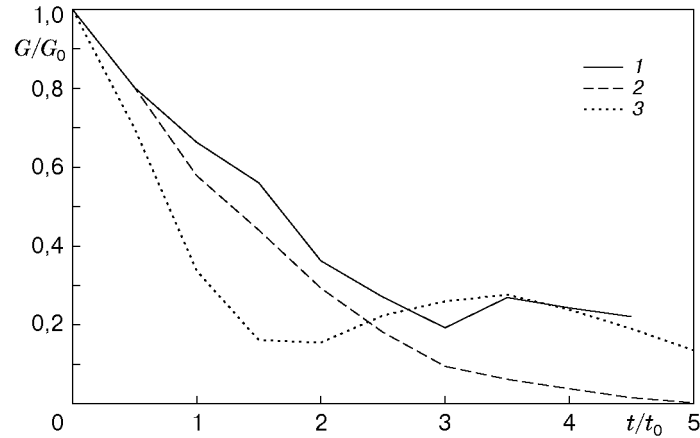


Рис. 6. Зависимость проводимости от безразмерного времени  $t/t_0$  для капель различной формы: 1 — цилиндр (рис. 1), 2 — квадрат (рис. 5,а), 3 — наклонный квадрат (рис. 5,б)

**Конвективный перенос заряда.** Уравнение конвективного переноса заряда следует из закона сохранения и имеет вид

$$\partial q / \partial t = -\operatorname{div}(q\mathbf{u}).$$

Здесь  $q$  — плотность заряда,  $\mathbf{u}$  — скорость течения жидкости. В [5] для решения этого уравнения применялись два метода: метод переноса заряда «ЛВЕ-частицами» и разностный метод, основанный на средней скорости течения. Однако при этом наблюдалась достаточно большая схемная диффузия заряда. В первом методе  $D_1 = h^2/6\Delta t$ . Во втором методе коэффициент схемной диффузии  $D_2 = |u|(h/\Delta t - |u|)/2$  зависит от скорости течения и обычно значительно меньше своего максимального значения  $D_2|_{\max} = h^2/8\Delta t$ , достигаемого при  $|u| = h/2\Delta t$ .

В данной работе реализован новый способ расчета конвективного переноса заряда путем введения дополнительного ЛВЕ-компонента, который не имеет массы и поэтому не вносит вклада в импульс. Уравнение его эволюции имеет вид

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{e}_k, t + \Delta t) - f_k(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_q}(f_k(\mathbf{x}, t) - f_k^{eq}(\mathbf{x}, t)).$$

В отличие от уравнений для основного вещества равновесные функции распределения  $f_k^{eq}$  зависят от скорости только основного течения  $u$  и, конечно, от величины заряда в данном узле  $q = \sum f_k^{eq}$  (концентрация дополнительного ЛВЕ-компонента). Коэффициент схемной диффузии  $D_3 = \frac{h^2}{3\Delta t}(\tau_q - \frac{1}{2})$  зависит от времени релаксации  $\tau_q$  и может быть выбран достаточно малым при значении  $\tau_q$ , близком к 0,5. На рис. 9 показаны результаты расчетов конвективного переноса электрического заряда для случая, когда он первоначально равномерно распределен  $q(x) = q_0$  в некоторой области  $x_1 < x < x_2$ . Однородный поток жидкости движется с постоянной скоростью  $u = u_0$ , равной 0,1. Граничные условия периодические. Кривая 1 соответствует начальному распределению заряда. Здесь же показаны результаты расчетов по методу «ЛВЕ-частиц» (кривая 2), методу средней скорости (кривая 3) и методу дополнительного ЛВЕ-компонента (кривая 4) для  $t = 1000$ . Кривая 5 — теоретическое распределение заряда для  $t = 1000$  при отсутствии диффузии. Коэффициенты диффузии  $D_1 = h^2/6\Delta t$ ,  $D_2 = 0,045h^2/\Delta t$ ,  $D_3 = 0,0033h^2/\Delta t$ .

Таким образом, при использовании метода дополнительного ЛВЕ-компонента удается уменьшить схемную диффузию больше чем на порядок по сравнению с предыдущими

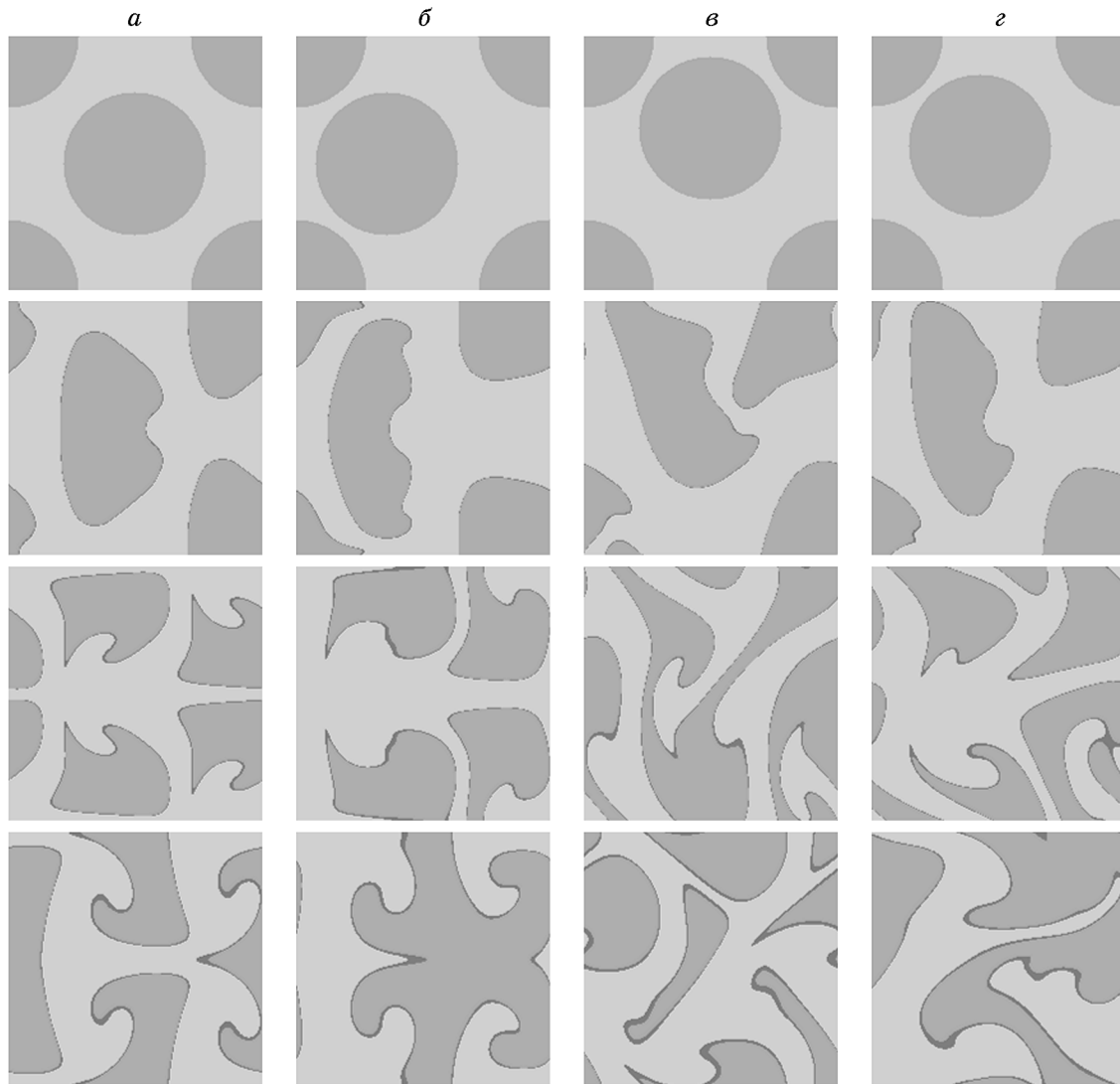


Рис. 7. Течение при обтекании «диагональной» системы капель:  
*a* — средний цилиндр в центре ячейки, *б* — сдвинут на  $r/2$  влево, *в* — сдвинут на  $r/2$  вверх,  
*г* — сдвинут вверх и влево на  $r/4$

методами. При дальнейшем уменьшении коэффициента диффузии  $D_3$  начинаются осцилляции плотности заряда в областях ее больших градиентов.

*Токи проводимости.* Уравнения переноса заряда за счет токов проводимости

$$(\partial q / \partial t)_j = -\operatorname{div} \mathbf{j} = -\operatorname{div}(\sigma \mathbf{E})$$

решались совместно с уравнением Пуассона для электрического потенциала  $\Delta \varphi = -4\pi q$  с помощью неявной схемы [6]. Проводимость звена зависела от электропроводности в конечных узлах следующим образом:  $G_{ij} = \sigma_0 h \sqrt{n_i n_j}$ . Здесь  $\sigma_0$  — постоянная величина,  $n_i, n_j$  — концентрация проводящей компоненты в конечных узлах ребра,  $h$  — шаг сетки. Такая зависимость гарантирует отсутствие переноса заряда внутрь непроводящей фазы.

#### Электродинамические силы

Кроме расчета переноса заряда необходимо учитывать действие на жидкость электродинамических сил, которые и приводят к возникновению течения. Пусть в данном

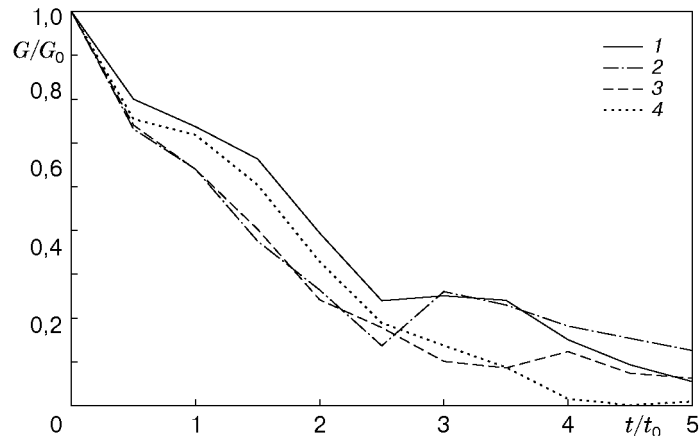


Рис. 8. Зависимость электрической проводимости от безразмерного времени  $t/t_0$  для шахматного расположения капель:  
 кривая 1 соответствует рис. 7,а, 2 — рис. 7,б, 3 — рис. 7,в, 4 — рис. 7,г

узле находится заряд  $q$ , тогда сила, действующая на него, находится как  $\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q\nabla\varphi$ . В конечно-разностном виде  $F_x = -q(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j})/2h$ ,  $F_y = -q(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1})/2h$ . При использовании центрированной формы производной исключается вклад в электрическое поле заряда, находящегося в данном узле (т. е. действие заряда на себя). За один шаг по времени действие электродинамической силы приводит к изменению импульса жидкости в узле  $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{F}\Delta t$ . Связанное с этим изменение скорости  $\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{p}/\rho$  используется в операторе столкновений LBE. Таким образом рассчитывается действие электрического поля на заряженное вещество.

### Двумерное ЭГД-течение (ЭГД-насос)

Рассмотрено развитие ЭГД-течения в двумерном случае. Расчет проводился в квадратной области размером  $106 \times 106$  узлов между двумя электродами, расположенными сверху и снизу. Граничные условия по оси  $X$  периодические. Потенциал верхнего электрода нулевой, нижнего —  $\varphi_0 = 106$ , так что среднее поле в области  $E_a = 1$ . Посредине нижнего электрода имеется выступ размером  $5 \times 2$ . Инжекция заряда моделировалась наличием проводимости у тонкого слоя жидкости, прилегающего к верхней поверхности выступа (электропроводность  $\sigma_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ ). Также задавался проводящий слой, прилегающий к верхнему электроду, с той же электропроводностью  $\sigma_0$ .

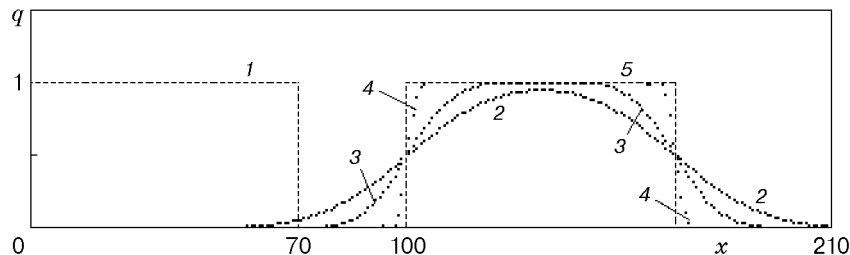


Рис. 9. Эволюция распределения заряда при однородном течении жидкости с нулевой электропроводностью



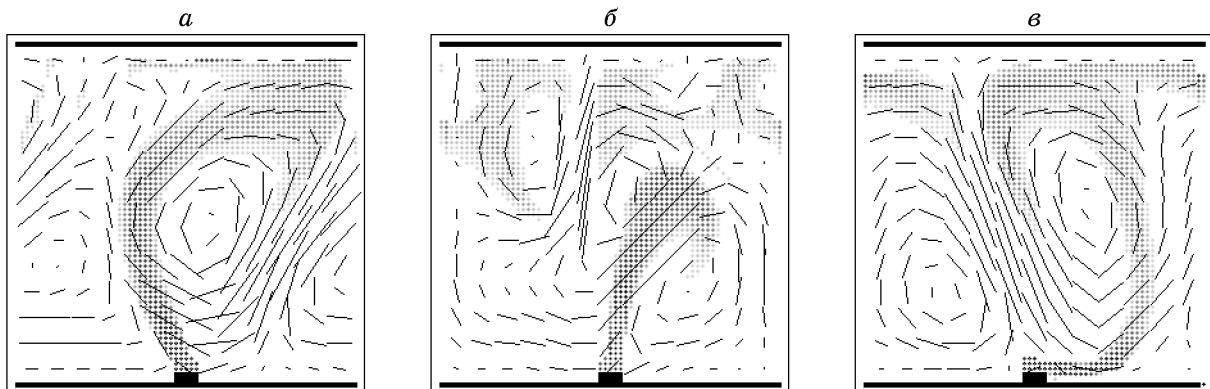


Рис. 10. Развитие ЭГД-течения:

$t = 3,9 \cdot 10^4$  (а),  $5 \cdot 10^4$  (б),  $7,2 \cdot 10^4$  (в); показано поле скоростей (линии) и плотность положительного заряда (оттенки серого)

После подачи напряжения начинается инжекция заряда с выступа. Затем заряженный сгусток начинает двигаться вверх под действием электрического поля. На начальной стадии формируется течение жидкости в виде плоского вихревого диполя [5].

На поверхности верхнего электрода возможен сток заряда, и ожидалось, что течение со временем выйдет на установившийся режим. В работе [5] были получены зависимости от времени средней кинетической энергии движения жидкости при различных значениях  $\sigma_0$ . Наблюдаемый пульсирующий характер течения объяснялся инжекцией отдельных сгустков заряда, экранирующих инжектирующий электрод.

На поздних стадиях более важна неустойчивость основной моды течения. Пример такой неустойчивости представлен на рис. 10. Симметрия течения нарушается. Струи смещаются в сторону и искривляются, при этом возникают дополнительные вихри.

#### Возникновение микропузырьков парогазовой фазы на поверхности электрода в сильном электрическом поле из-за действия электродинамических сил

Одним из механизмов зарождения электрического пробоя в жидкости является пузырьковый механизм. При этом пузырьки газа могут либо присутствовать на электродах изначально, либо возникать в жидкости после подачи напряжения. После образования пузырьков происходит их рост под действием электрического поля. Когда пузырьки достигают некоторого размера, появляются условия для пробоя газа внутри них. Пробой газа в пузырьке приводит к локальному усилению электрического поля в жидкости. При определенных условиях становится возможным последующий пробой жидкого диэлектрика. Тепловой механизм образования пузырьков связан с локальным тепловыделением в жидкости за счет нагрева ее электрическим током. Когда температура становится выше температуры кипения жидкости при данном давлении, в жидкости начинают расти пузырьки паровой фазы. Другая возможность пересечь кривую фазового равновесия — локальное понижение давления в сильных электрических полях при действии электродинамических сил на заряд, инжектированный с поверхности электрода. При этом жидкость вблизи электрода может попасть в метастабильное состояние даже при начальной температуре, что приводит к ее вскипанию. Этот механизм можно назвать электродинамической кавитацией. На принципиальную возможность образования пузырьков за счет электродинамической кавитации указывалось в [7, 8]. Если в электрическом поле с поверхности электрода происходит инжекция заряда, то вещество начинает двигаться под действием электродинамических сил. При этом в жидкости возникают волны сжатия и разрежения. В области,

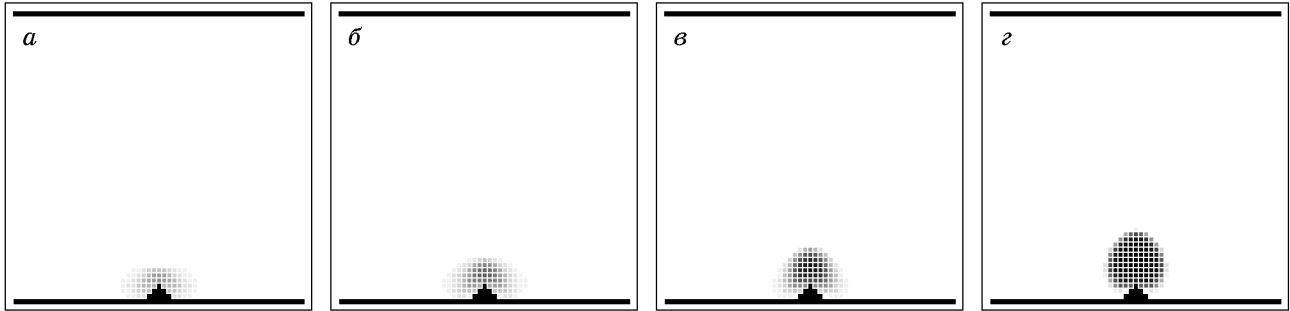


Рис. 11. Образование и рост кавитационного парогазового пузырька в области сильного электрического поля:

$t = 80$  (а), 100 (б), 120 (в), 140 (г)

прилегающей к электроду, возникают пониженные давления, которые при заданной температуре могут приводить к фазовому переходу жидкости и возникновению микропузырьков парогазовой фазы на поверхности электрода (кавитации). Использована модификация метода ЛВЕ с взаимодействием между находящимися в соседних узлах частицами вещества, которая описывает фазовые переходы [2, 9] и тем самым дает возможность прямого моделирования процесса электродинамической кавитации. Сила притяжения равна

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -G\psi(\rho(\mathbf{x})) \sum_k \mathbf{e}_k \psi(\rho(\mathbf{x} + \mathbf{e}_k)).$$

Нас интересует случай, когда первоначально плотность соответствует жидкой фазе, в которой возможен фазовый переход, если  $|G| > G_c$ .

Действительно, в расчетах при определенных условиях в области сильного электрического поля (возле острия) наблюдалось возникновение области парогазовой фазы за счет разрыва жидкости (кавитации) под действием растягивающих электродинамических напряжений. На рис. 11 представлены последовательные стадии процесса образования и роста парогазового пузырька за счет электродинамической кавитации. Темным цветом показана область газовой фазы. Внутри пузырька плотность уменьшается на три порядка по сравнению с начальной.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод решеточного уравнения Больцмана хорошо пригоден для моделирования течений с развитыми неустойчивостями как в гидродинамике, так и в электрогидродинамике.

Результаты моделирования перемешивания продуктов детонации гетерогенных ВВ выявили значительную роль гидродинамических неустойчивостей.

Впервые показана возможность реализации электродинамического механизма возникновения микропузырьков, пробой которых в сильном электрическом поле приводит к пробую диэлектрика.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Qian Y. H., d'Humières D., Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation // Europhys. Lett. 1992. V. 17, N 6. P. 479–484.
2. Медведев Д. А., Куперштох А. Л. Метод решеточного уравнения Больцмана в задачах газодинамики // Динамика сплошной среды. Вып. 114. Новосибирск: Ин-т гидродинамики, 1999. С. 117–121. (Математические проблемы механики сплошных сред.)

3. **Ершов А. П., Сатонкина Н. П., Дибиров О. А. и др.** Исследование взаимодействия компонент гетерогенных взрывчатых веществ методом электропроводности // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 5. С. 97–108.
4. **Титов В. М., Митрофанов В. В., Ершов А. П. и др.** Углерод в детонационных процессах (часть Б). Отчет, выполненный для Ливерморской лаб. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 1994. 69 с.
5. **Куперштох А. Л., Медведев Д. А.** Метод решеточного уравнения Больцмана в задачах электрогидродинамики // Динамика сплошной среды. Вып. 118. Новосибирск: Ин-т гидродинамики, 2001. С. 117–121. (Математические проблемы механики сплошных сред).
6. **Karpov D. I., Kupershtokh A. L.** Models of Streamer Growth with "Physical" Time and Fractal Characteristics of Streamer Structures // Conference record of the 1998 IEEE Intern. Symposium on Electrical Insulation. Arlington, VA, 1998. P. 607–610.
7. **Medvedev D. A., Kupershtokh A. L.** Use of the Lattice Boltzmann Equation Method to Simulate Charge Transfer and Electrohydrodynamic Phenomena in Dielectric Liquids // Electrical Conduction, Convection and Breakdown in Fluids. Proc. 2nd Intern. Workshop / Atten P., Denat A. (Eds). Grenoble, France, 2000. P. 60–63.
8. **Коробейников С. М.** Инжекционный ток и образование пузырьков в сильных резко неоднородных полях // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 5. С. 75–80.
9. **Shan X., Chen H.** Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components // Phys. Rev. 1993. V. 47, N 3. P. 1815–1819.