

УДК 519.63:532.22:532.64:536.42

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ПОДЛОЖКИ ПРИ ИСПАРЕНИИ ЧИСТОГО ПАРА С ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОЙ ПЛЁНКИ И КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ

© 2023 А. Л. Куперштох<sup>a</sup>, Д. А. Медведев<sup>b</sup>, А. В. Альянов<sup>c</sup>

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, 15, г. Новосибирск 630090, Россия*

E-mails: <sup>a</sup>sknew@mail.ru, <sup>b</sup>dmedv@hydro.nsc.ru, <sup>c</sup>aljanov-ant@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.04.2023 г.; после доработки 18.04.2023 г.;  
принята к публикации 27.04.2023 г.

Проведено численное исследование процесса охлаждения подложки в условиях испарения чистого пара с поверхности плёнки и капель жидкости. Моделирование такой двухфазной системы выполнялось методом решёточных уравнений Больцмана с учётом теплопроводности вещества и испарения. Использовалось уравнение состояния Ван-дер-Ваальса, описывающее фазовый переход жидкость-пар. Предложен новый метод задания граничных условий на плоской поверхности для моделирования контактных углов смачивания в методе решёточных уравнений Больцмана. При испарении и конденсации учитывалась скрытая теплота фазового перехода. Показано, что процесс зависит от толщины плёнки и скорости удаления пара с её поверхности. Рассмотрены случаи принудительного оттока пара, а также метод конденсации пара на охлаждаемом конденсаторе. Показано, что тепловой поток от подложки резко возрастает в окрестности контактных линий капель. Проведено сравнение тепловых потоков при испарении плёнки и капель на подложке с разной смачиваемостью.

**Ключевые слова:** метод решёточных уравнений Больцмана, фазовые переходы, динамика многофазных сред, испарение, поток тепла, мезоскопические методы, компьютерное моделирование.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.

### ВВЕДЕНИЕ

Для охлаждения нагретых поверхностей широко используются жидкие плёнки и капли. Эффективность таких методов связана с тем, что при испарении поверхность жидкости охлаждается из-за поглощения скрытой теплоты испарения. Вместе с тем процесс испарения связан с параметрами пара вблизи испаряющейся поверхности, т. е. насколько его плотность меньше, чем у насыщенного пара при данной температуре поверхности (закон Герца — Кнудсена) [1–3].

В реальных инженерных конструкциях отток пара от испаряющейся поверхности осуществляется несколькими способами. В простейшем случае пары жидкости уносятся диффузионным способом в окружающем газе. В так называемых тепловых трубках при поступлении пара в специальную секцию с пониженной температурой происходит его конденсация. Известен эффект интенсификации теплообмена при создании контактных линий путём разрыва плёнки, так как в окрестности контактной линии толщина жидкости уменьшается, градиент температуры локально увеличивается и поток тепла возрастает [4–8]. В другом методе используется поток холодного газа вдоль поверхности протекающей плёнки, который уносит образовавшийся пар.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

### 1.1. Метод решёточных уравнений Больцмана

Для моделирования двухфазных систем жидкость-пар успешно применяется метод решёточных уравнений Больцмана (LBE) [9–13]. Течение флюида в методе LBE моделируется ансамблем псевдочастиц, которые за шаг по времени  $\Delta t$  переносятся вдоль характеристик между соседними узлами пространственной решётки. Система описывается набором одночастичных функций распределения  $f_k$ ,  $k = \overline{0, m}$ , эволюция которых за шаг по времени  $\Delta t$  описывается следующими уравнениями:

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(\mathbf{x}, t) + \Omega_k\{f_k\} + \Delta f_k,$$

где  $\mathbf{c}_k$  — векторы скоростей псевдочастиц. Гидродинамические переменные (плотность  $\rho$  и скорость  $\mathbf{u}$ ) вычисляются по формулам

$$\rho = \sum_{k=0}^m f_k \quad \text{и} \quad \rho \mathbf{u} = \sum_{k=1}^m \mathbf{c}_k f_k.$$

Оператор столкновений  $\Omega_k\{f_k\}$  имеет вид релаксации функций распределения к локальному равновесию [14]:

$$\Omega_k\{f_k\} = (f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) - f_k(\mathbf{x}, t))/\tau,$$

где  $\tau$  — безразмерное время релаксации. Равновесные функции распределения  $f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u})$  записываются в виде разложения функции распределения Максвелла — Больцмана для дискретных скоростей  $\mathbf{c}_k$  частиц

$$f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) \sim \rho \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}_k - \mathbf{u})^2}{2\theta}\right)$$

в ряд по скорости  $\mathbf{u}$  до второго порядка [15]:

$$f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) = \rho w_k \left(1 + \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{u}}{\theta} + \frac{(\mathbf{c}_k \mathbf{u})^2}{2\theta^2} - \frac{\mathbf{u}^2}{2\theta}\right), \quad (1)$$

здесь  $\theta$  — нормированная кинетическая температура псевдочастиц, которую обычно выбирают равной  $\theta = (h/\Delta t)^2/3$ , где  $h$  — шаг расчётной сетки.

Для учёта изменения функций распределения  $\Delta f_k$  под действием внутренних и внешних сил использовался метод точной разности (EDM) [16, 17]:

$$\Delta f_k = f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}) - f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}),$$

где изменение скорости за шаг по времени  $\Delta \mathbf{u}$  определяется полной силой  $\mathbf{F}$ , действующей на вещество в узле,  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{F} \Delta t / \rho$ .

Использовались два варианта метода LBE: одномерный D1Q3 с тремя скоростями псевдочастиц и двумерный D2Q9 с девятью скоростями [18]. Коэффициенты в уравнении (1) для одномерного варианта D1Q3 равны  $w_0 = 2/3$ ,  $w_{1,2} = 1/6$ , а для двумерного D2Q9 имеем  $w_0 = 4/9$ ,  $w_{1-4} = 1/9$  и  $w_{5-8} = 1/36$ .

Компьютерное моделирование фазовых переходов методом LBE представляет собой метод сквозного счёта границ раздела фаз. Вместо разрыва плотности моделируется тонкий переходной слой жидкость-пар, в котором плотность изменяется плавно на масштабах нескольких узлов решётки (аналогично методам сквозного счёта ударных волн в газовой динамике). В этом случае жидкая и газообразная фазы описываются единообразно. Для этого вводятся силы, действующие между веществом в соседних узлах решётки (метод псевдопотенциала). Полная

сила, действующая на узел, имеет вид  $\mathbf{F} = -\nabla U$ , где псевдопотенциал  $U = P(\rho, T) - \rho\theta$  выражается через уравнение состояния [19]. Эти силы обеспечивают поверхностное натяжение в тонком переходном слое между фазами, где плотность вещества изменяется сильно.

В работе [20] был предложен вариант метода ЛВЕ для описания тепломассопереноса в среде с фазовыми переходами. В нём учитываются испарение и конденсация в соответствии с уравнением состояния флюида, теплопроводность вещества, работа сил давления и теплота фазового перехода. Для описания конвективного переноса энергии используется метод пассивного скаляра (дополнительный комплект функций распределения  $g_k$ ). Уравнения эволюции функций распределения равны

$$g_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = g_k(\mathbf{x}, t) + \frac{g_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) - g_k(\mathbf{x}, t)}{\tau_E} + \Delta g_k(\mathbf{x}, t).$$

При этом внутренняя энергия единицы объёма имеет вид  $E = \sum_{k=0}^m g_k$ . Равновесные функции распределения  $g_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u})$  записываются аналогично уравнению (1). Работа сил давления и перенос тепла за счёт кондуктивной теплопроводности учитываются обычным конечно-разностным методом. В одномерном случае это выглядит следующим образом:

$$\frac{\Delta E_i}{\Delta t} = -p_i \frac{u_{i+1}^* - u_{i-1}^*}{2h} + \lambda \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{h^2},$$

здесь физическая скорость  $\mathbf{u}^*$  вычисляется по формуле [21]

$$\rho \mathbf{u}^* = \sum_{k=1}^m \mathbf{c}_k f_k + \mathbf{F} \Delta t / 2,$$

а  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности. При этом изменения функций распределения равны

$$\Delta g_k(\mathbf{x}, t) = g_k(\mathbf{x}, t) \frac{\Delta E_i}{E_i}.$$

В качестве уравнения состояния выбрано уравнение состояния Ван-дер-Ваальса. Для плотности, давления и температуры используются приведённые переменные, а для времени и линейных масштабов — решёточные единицы.

## 1.2. Учёт теплоты фазового перехода для газа Ван-дер-Ваальса

Внутренняя энергия одного моля газа, имеющего уравнение состояния Ван-дер-Ваальса

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

выражается формулой  $E_{\text{mol}} = E_{\text{ideal}} - a/V$  (см. [22]).

Для единицы массы вещества это можно записать в виде  $\varepsilon = C_V T - a\rho$  (удельная внутренняя энергия), где  $C_V$  — удельная теплоёмкость при постоянном объёме. Теплота фазового перехода представляет собой изменение внутренней энергии вещества в процессе уменьшения плотности от плотности жидкости  $\rho_L$  до плотности паров  $\rho_V$  при постоянной температуре. Из выражения для внутренней энергии получаем

$$Q = \varepsilon_V - \varepsilon_L = a(\rho_L - \rho_V), \quad (2)$$

здесь  $\rho_L$  и  $\rho_V$  — равновесные плотности жидкости и пара. Зависимость удельной теплоты фазового перехода от температуры  $Q(T)$  учитывается неявно за счёт зависимостей  $\rho_L$  и  $\rho_V$  от

температуры. Теплота фазового перехода уменьшается до нуля при стремлении температуры к критическому значению.

В [20] предложена формула для изменения внутренней энергии единицы объёма в ячейке переходного слоя за счёт фазового перехода

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho_L Q(T) d\rho}{\rho_L - \rho_V dt}.$$

Считается, что теплота фазового перехода  $Q$  выделяется в диапазоне изменения плотностей  $[\rho_V, \rho_L]$ , тогда с учётом уравнения (2) получаем выражение

$$\frac{dE}{dt} = a\rho_L \frac{d\rho}{dt} = -a\rho_L \rho \operatorname{div}(\mathbf{u}^*).$$

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрены несколько задач с комбинированным (кондуктивным и конвективным) переносом тепла, с учётом фазовых переходов жидкость-пар, которые решались методом решётчных уравнений Больцмана. В одномерных постановках численные расчёты по моделям D1Q3 и D2Q9 показали совпадающие результаты.

### 2.1. Тестовая задача с однородным потоком вещества

Рассмотрена стационарная задача с однородным потоком вещества через область с заданным перепадом температур (рис. 1). Плотность вещества  $\rho$  и скорость  $u$  постоянны. Распределение температуры в таком течении описывается уравнением сохранения полного потока тепла

$$-\lambda \frac{dT}{dx} + \rho C u T = \text{const},$$

где  $C$  — удельная теплоёмкость вещества. Для этой задачи получено аналитическое решение

$$T(x) = T_0 - \Delta T \frac{\exp(\alpha x) - 1}{\exp(\alpha L) - 1},$$

где  $L$  — длина области,  $\Delta T = T_0 - T_L$  — перепад температуры, коэффициент  $\alpha = \rho C u / \lambda$ . Безразмерным параметром является число Пекле  $Pe = \alpha L$ .

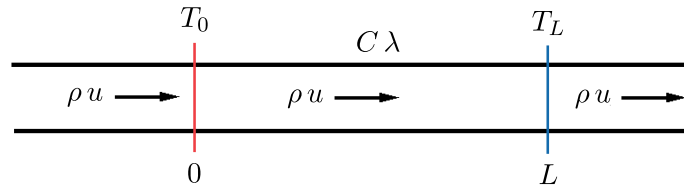


Рис. 1. Постановка задачи с однородным потоком вещества

Поток тепла за счёт теплопроводности (кондуктивный поток) равен

$$q_{\text{cond}} = -\lambda \frac{dT}{dx} = \rho C u \frac{\Delta T \exp(\alpha x)}{\exp(\alpha L) - 1},$$

а поток за счёт переноса энергии движущимся веществом (конвективный)

$$q_{\text{conv}} = \rho C u \left( T_0 - \frac{\Delta T (\exp(\alpha x) - 1)}{\exp(\alpha L) - 1} \right).$$

Действительно, при этом полный поток вдоль координаты  $x$  постоянный:

$$q_{\text{total}} = \rho C u \left( T_0 + \frac{\Delta T}{\exp(\alpha L) - 1} \right).$$

На рис. 2 показано сравнение аналитического и численного решения методом ЛВЕ при разных значениях коэффициента теплопроводности  $\lambda = 2$  ( $Pe = 1.12$ ) и  $\lambda = 20$  ( $Pe = 0.112$ ). При этом цветные кривые (ЛВЕ расчёты) наложены на теоретические кривые (чёрный пунктир) и совпадают с точностью до толщины линий. При увеличении теплопроводности  $\lambda$  распределения температуры и величин потоков стремятся к линейным зависимостям.

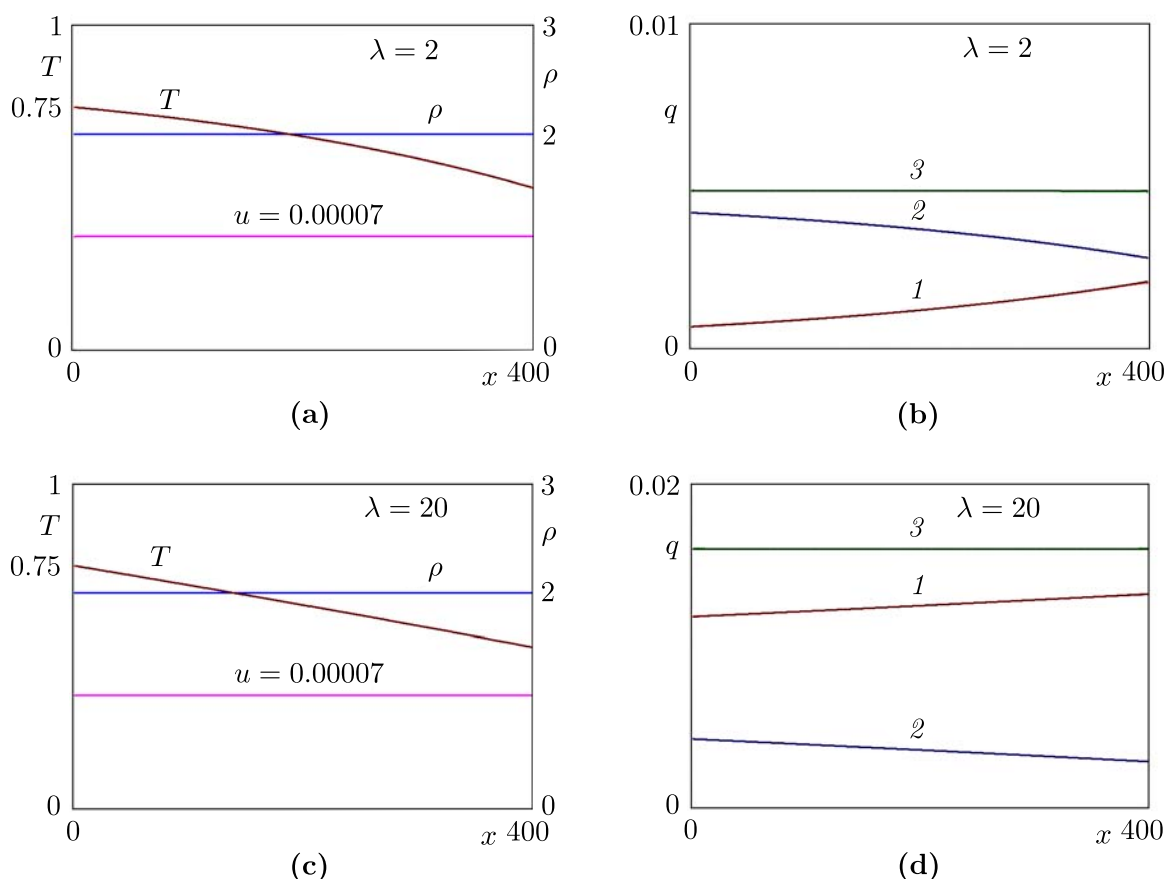


Рис. 2. Графики температуры, плотности и скорости (а), (с).  
 Графики кондуктивного (кривые 1), конвективного (кривые 2)  
 и полного (кривые 3) потоков (б), (д).

Плотность вещества  $\rho = 2$ , скорость  $u = 0.00007$ ,  $T_0 = 0.75$ ,  $T_L = 0.5$ ,  $C = 40$ ,  $\tau_E = 0.5003$

Необходимо отметить, что для внутренней энергии в методе ЛВЕ есть диффузия, связанная со временем релаксации  $\tau_E$ . В общем случае эффективный коэффициент теплопроводности есть сумма  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \rho C (\tau_E - 0.5)/3$ . При значениях  $\tau_E \rightarrow 0.5$  такой диффузией можно пренебречь.

## 2.2. Стационарная задача с фазовым переходом на границе жидкости

От предыдущей задачи постановка отличается тем, что происходит испарение жидкости. Задача рассматривается в системе отсчёта границы раздела жидкость-пар. Слева в расчётную область втекает жидкость с температурой  $T_0$ . Для жидкой фазы задаётся коэффициент теплопроводности  $\lambda$ . Значение коэффициента теплопроводности пара принято в 20 раз меньше. На правой границе области  $x = L$  обеспечивается отток пара с заданной скоростью  $u_0$ .

При этом потоки массы вытекающей жидкости и массы вытекающего пара равны. Для этого на правой границе области задаются граничные условия для функций распределения LBM  $f_k$ . В одномерном случае это соответствует [3]

$$f_{-1}(n_x + 1) = \beta f_1(n_x), \quad \text{где} \quad \beta = \frac{1 - 3u_0 + 3u_0^2}{1 + 3u_0 + 3u_0^2}.$$

Для процесса испарения  $u_0 > 0$  и соответственно  $\beta < 1$ . Через некоторое время устанавливается стационарное распределение температуры и плотности. Результаты показаны на рис. 3. На поверхности плёнки происходит поглощение тепла из-за скрытой теплоты испарения на границе раздела фаз (кривые 1 на рис. 3(а,с)). При увеличении коэффициента теплопроводности потоки тепла становятся больше несмотря на то, что перепад температуры уменьшается.

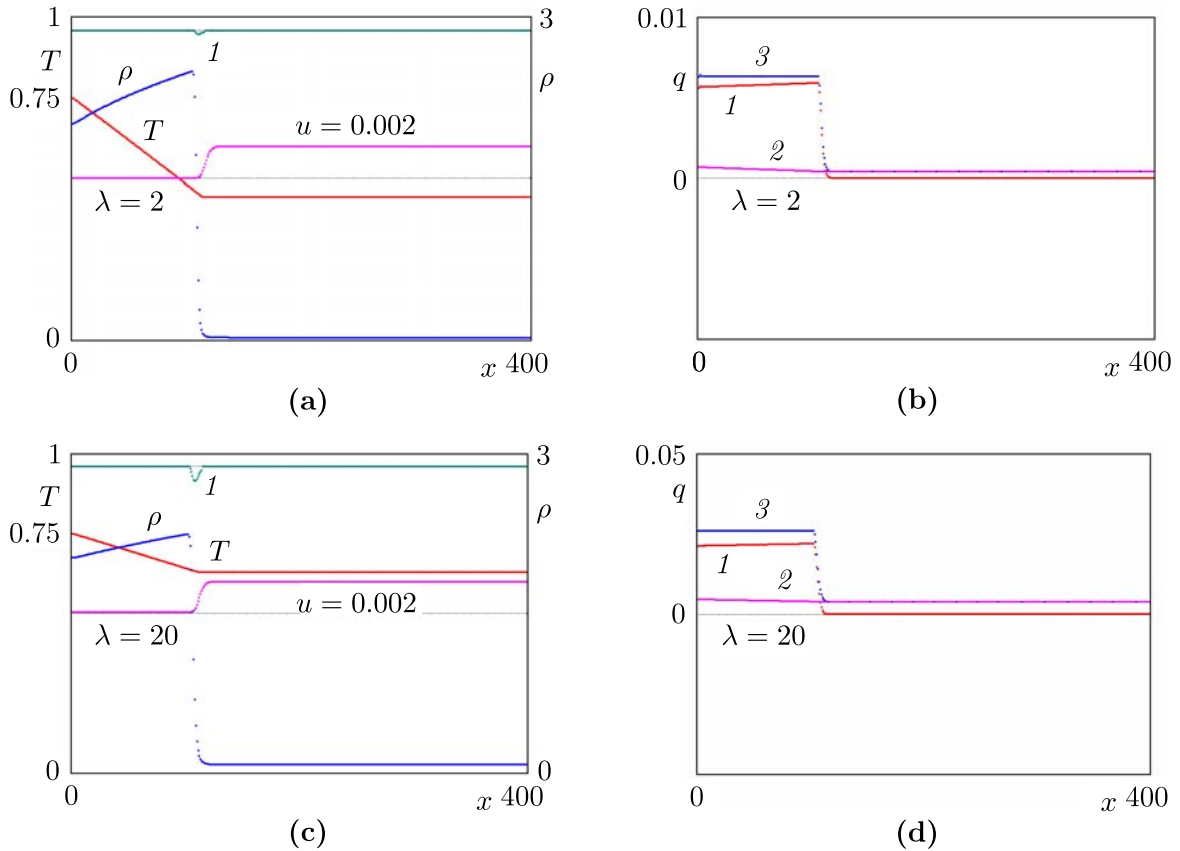


Рис. 3. Графики температуры, плотности и скорости (а), (с).  
Графики кондуктивного (кривые 1), конвективного (кривые 2)  
и полного (кривые 3) потоков (b), (d);  $C_V = 40$ ;  
 $\lambda = 2$ ,  $\tau_E = 0.505$  (а), (b);  $\lambda = 20$ ,  $\tau_E = 0.501$  (с), (d)

### 2.3. Плёнка жидкости на поверхности нагретой подложки с оттоком пара

В начальном состоянии на горизонтальной поверхности подложки создавалась плёнка жидкой фазы плотностью  $\rho$ , а над ней — насыщенный пар. Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения, равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Во всей области задавалась постоянная температура  $T_0$  и скорость вещества  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки ( $y = 0$ ) скачком увеличивалась  $T = T_0 + \Delta T$ . За счёт теплопроводности жидкости плёнка начинает прогреваться. На верхней границе области  $y = L$  обеспечивается отток пара с заданной скоростью  $u_0$ . При этом в одномерном случае между поверхностью

плёнки и границей области через некоторое время устанавливается квазистационарный режим истечения пара, т. е. создаётся однородный поток пара с постоянной скоростью, плотностью и температурой (рис. 4(a)).

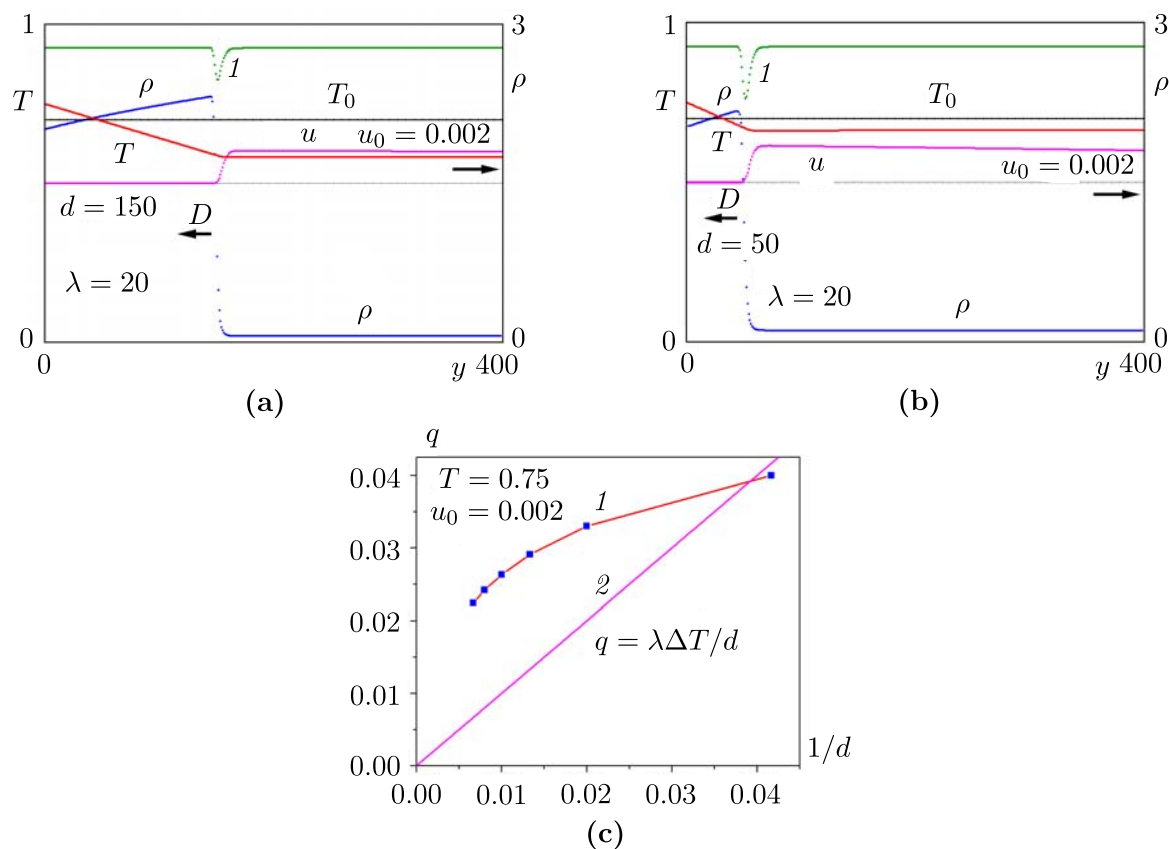


Рис. 4. Квазистационарный режим течения при оттоке пара на верхней границе (a), (b);  $u_0 = 0.002$ . Начальное состояние  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$ . Текущая толщина плёнки 150 (a) и 50 (b).

Температура подложки  $T = 0.75$ . Коэффициент теплопроводности  $\lambda = 20$ .

Зависимость потока тепла с подложки  $q$   
от текущей толщины испаряющейся плёнки жидкости  $d$  (c)

Поток тепла от нагретой подложки к поверхности плёнки жидкости зависит от её теплопроводности, толщины и перепада температур. Для тонких плёнок и относительно высокой теплопроводности жидкости распределение температуры по толщине плёнки в квазистационарном режиме испарения близкое к линейному (рис. 4(a,b)). На поверхности плёнки происходит поглощение тепла из-за скрытой теплоты испарения на границе раздела фаз (кривые  $1$  на рис. 4(a,b)). Поток тепла, отводимый от подложки, зависит от скорости испарения жидкости на поверхности, т. е. от скорости оттока пара от плёнки. При увеличении скорости оттока пара тепловой поток с подложки увеличивается. Поток тепла зависит также от толщины плёнки  $d$  (рис. 4(c)). При постоянном перепаде температур зависимость от  $1/d$  должна быть линейная  $q = \lambda \Delta T / d$  (кривая  $2$ ). Однако перепад температуры на плёнке тоже зависит от её толщины (рис. 4(a,b)), поэтому зависимость от  $1/d$  получается нелинейной (кривая  $1$  на рис. 4(c)).

#### 2.4. Плёнка жидкости на поверхности нагретой подложки с конденсацией пара на верхней границе области

В начальном состоянии на поверхности подложки и на верхней границе создавались плёнки жидкой фазы, а между ними насыщенный пар (рис. 5(a)). Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Во всей

области задавалась постоянная начальная температура  $T_0$  и скорость  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки скачком увеличивалась  $T = T_0 + \Delta T$ , а на верхней границе области  $y = L$  (конденсатор) уменьшалась до  $T_{\text{кон}}$ . Через некоторое время устанавливается квазистационарный режим, при котором происходит испарение плёнки на подложке с поглощением скрытой теплоты испарения и конденсация пара на поверхности плёнки жидкости у холодной границы области с выделением скрытой теплоты конденсации (кривая 1 на рис. 5(b)). Фактически это модель тепловых трубок, широко используемых в технике для охлаждения оборудования и микроэлектроники.

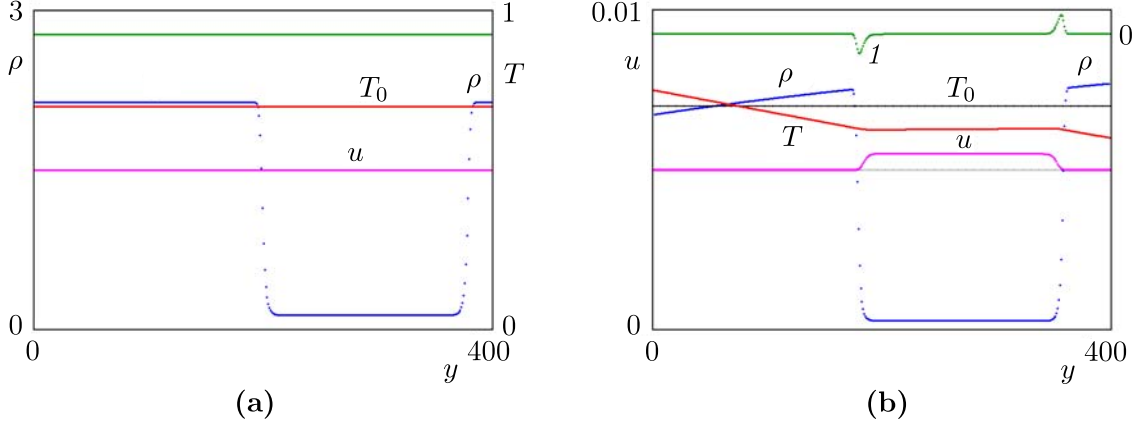


Рис. 5. Начальное состояние:  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$  (a). Квазистационарный режим течения (b). Включены нагрев подложки  $T = 0.75$ , конденсатор пара  $T_{\text{кон}} = 0.6$  и теплопроводность  $\lambda = 20$

## 2.5. Капля жидкости на поверхности нагретой подложки с конденсацией пара на верхней границе области

На поверхность подложки помещалась капля жидкости «полусферической» формы, на верхней границе создавалась плёнка жидкой фазы, а между ними «насыщенный» пар (рис. 6(a)). Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения, равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Чтобы обеспечить нейтральное смачивание подложки, в двумерном случае вводятся силы взаимодействия флюида с тремя соседними узлами твёрдой поверхности [23, 24]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^3 w_j B \Phi_{\text{solid}}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{e}_j.$$

Здесь функция  $\Phi_{\text{solid}}$  в узле твёрдой поверхности принимает значение, равное значению функции  $\Phi(\mathbf{x}) = \sqrt{-U}$  в ближайшем узле флюида,  $w_j$  — весовые коэффициенты. Параметр  $B$  определяет смачиваемость поверхности и контактный угол. Для нейтральной смачиваемости  $B = 1$ . Недостатком методов [23, 24] при изменении смачиваемости является то, что в прилегающем тонком слое жидкости изменяется её плотность. В данной работе для возможности изменения значений контактных углов предложен новый метод, лишённый этого недостатка, в котором по сравнению с нейтральным смачиванием при  $B = 1$  вводятся дополнительно только горизонтальные составляющие сил, действующих на соседние с подложкой узлы флюида:

$$F_x(\mathbf{x}) = \beta \Phi(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^3 \Phi_{\text{solid}}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_j) \cdot e_{jx}.$$

Множитель  $\beta = 0$  соответствует нейтральному смачиванию,  $\beta < 0$  соответствует гидрофильным поверхностям, а  $\beta > 0$  — гидрофобным.



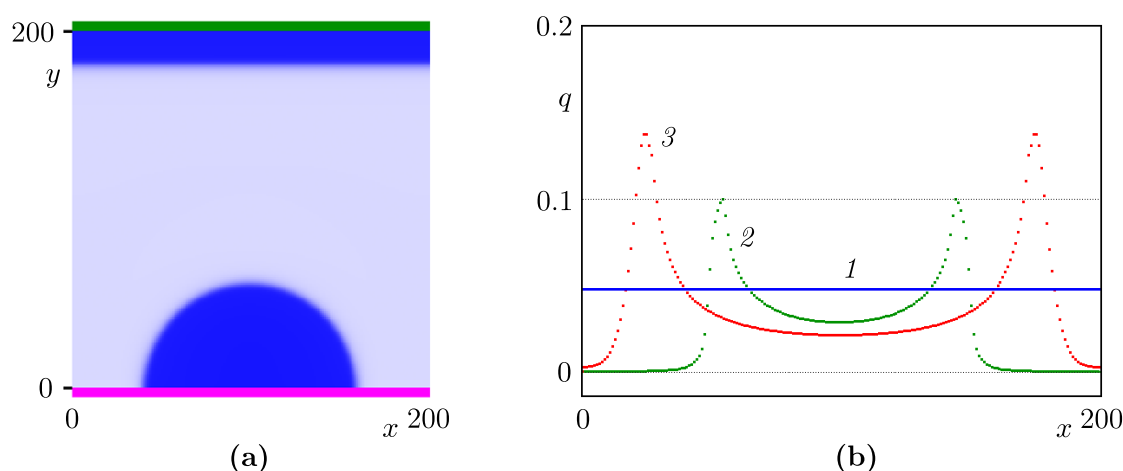


Рис. 6. Капля на твёрдой подложке (а). Начальные радиус капли  $R = 60$ , угол смачивания  $90^\circ$ ,  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$ ; размер 2D расчётной сетки  $200 \times 200$ .

Распределение теплового потока по подложке (b): 1 — плоская плёнка, 2 — капля с нейтральным смачиванием, 3 — капля на гидрофильной поверхности ( $\beta = -0.3$ ). Температура подложки  $T = 0.75$ ; температура конденсатора пара  $T_{\text{con}} = 0.6$ ; коэффициент теплопроводности жидкости  $\lambda = 20$

В начальном состоянии во всей области  $L \times L$  задавалась постоянная температура  $T_0$  и скорость  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки скачком увеличивалась до  $T(x, 0) = T_0 + \Delta T$ , а на верхней границе области при  $y = L$  уменьшалась до  $T_{\text{con}} < T_0$ . По координате  $x$  использовались периодические граничные условия для функций распределения  $f_k(L, y) = f_k(0, y)$  и  $g_k(L, y) = g_k(0, y)$ . После этого происходит прогрев капли и испарение жидкости с её поверхности. Сверху области происходит конденсация пара на охлаждаемой плёнке. На рис. 6(a) показано начальное распределение плотности флюида.

Тепловой поток от подложки  $q$  значительно больше в окрестности контактных линий капель (рис. 6(b), кривые 2 и 3), что соответствует экспериментам [4–8]. При этом уменьшение контактного угла увеличивает вклад контактных линий (кривая 3).

Суммарный тепловой поток от подложки в двухмерном случае вычисляется следующим образом:

$$q_{\text{total}} = - \int_0^L \lambda_{\text{eff}}(x, 0) \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} dx.$$

Для капли с нейтральным смачиванием он равен  $q_{\text{total}} = 4.9$  (кривая 2), а для капли на гидрофильной поверхности  $q_{\text{total}} = 7.6$  (кривая 3). Эти значения меньше, чем теплоотвод для плоской плёнки того же объёма  $q_{\text{total}} = 9.8$  (кривая 1). Таким образом, уменьшение угла смачивания увеличивает теплоотвод в окрестности контактной линии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено моделирование методом решёточных уравнений Больцмана процесса охлаждения подложки в условиях испарения чистого пара с поверхности плёнки и капель жидкости. Предложен новый метод задания граничных условий на плоской поверхности для моделирования контактных углов смачивания в методе ЛВЕ. Показано, что процесс охлаждения подложки зависит от толщины плёнки и скорости удаления пара с её поверхности. Рассмотрены случаи принудительного оттока и конденсации пара на охлаждаемом конденсаторе. Показано, что тепловой поток от подложки сильно увеличивается в окрестности контактных линий капель. Проведено сравнение тепловых потоков при испарении плёнки и капель на подложке с разной

смачиваемостью. Суммарный теплоотвод от подложки для капель оказался меньше, чем для плоской плёнки того же объёма и примерно той же площади поверхности.

Авторы благодарны А. А. Черевко, старшему научному сотруднику Института гидродинамики СО РАН, за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Hirth J.P., Pound G.M.* Condensation and Evaporation. London: Pergamon Press, 1963.
2. *Kupershtokh A.L.* An evaporation flux of pure vapor in the method of lattice Boltzmann equations // *J. Phys. Conf. Ser.* 2021. V. 2057. Article 012070; DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012070
3. *Куперштох А.Л., Альянов А.В.* Испарение и конденсация чистого пара на поверхности жидкости в методе решёточных уравнений Больцмана // *Вычисл. методы и программирование.* 2022. Т. 23, № 4. С. 311–327; DOI: 10.26089/NumMet.v23r419
4. *Marchuk I., Karchevsky A., Surtaev A., Kabov O.* Heat flux at the surface of metal foil heater under evaporating sessile droplets // *Internat. J. Aerospace Engrg.* 2015. Article 391036 (1-5); DOI: 10.1155/2015/391036
5. *Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A.* Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line // *Appl. Math. Model.* 2016. V. 40, N 2. P. 1029–1037.
6. *Gibbons M.J., Howe C.M., Di Marco P., Robinson A.J.* Local heat transfer to an evaporating sessile droplet in an electric field // *J. Phys. Conf. Ser.* 2016. V. 745, N 3. Article 032066; DOI: 10.1080/1742-6596/745/3/032066
7. *Ajaev V.S., Kabov O.A.* Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces // *Internat. J. Heat Mass Transfer.* 2017. V 108. P. 918–932; DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.079
8. *Чеверда В.В., Карчевский А.Л., Марчук И.В., Кабов О.А.* Плотность теплового потока в области контактной линии капли, лежащей на горизонтальной поверхности тонкой нагреваемой фольги // *Теплофизика и аэромеханика.* 2017. Т. 24, № 5. С. 825–828; [https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE\\_ID=171749](https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE_ID=171749)
9. *McNamara G.R., Zanetti G.* Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V. 61, N 20. P. 2332–2335; DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.2332
10. *Higuera F.J., Jiménez J.* Boltzmann approach to lattice gas simulations // *Europhys. Lett.* 1989. V. 9, N 7. P. 663–668; DOI: 10.1209/0295-5075/9/7/009
11. *Aidun C.K., Clausen J.R.* Lattice-Boltzmann method for complex flows // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2010. V. 42. P. 439–472; DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145519
12. *Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Karpov D.I.* On equations of state in a lattice Boltzmann method // *Comput. Math. Appl.* 2009. V. 58, N 5. P. 965–974; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.02.024
13. *Kupershtokh A.L.* Simulation of flows with liquid–vapor interfaces by the lattice Boltzmann method // *Vestnik NGU. Ser. Math. Mech. Inform.* 2005. V. 5, N 3. P. 29–42.
14. *Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M.K.* A model for collision process in gases. I. Small amplitude process in charged and neutral one-component system // *Phys. Rev.* 1954. V. 94, N 3. P. 511–525; DOI: 10.1103/PhysRev.94.511
15. *Koelman J.M.V.A.* A simple lattice Boltzmann scheme for Navier–Stokes fluid flow // *Europhys. Lett.* 1991. V. 15, N 6. P. 603–607; DOI: 10.1209/0295-5075/15/6/007
16. *Kupershtokh A.L.* New method of incorporating a body force term into the lattice Boltzmann equation // *Proc. 5th Internat. EHD Workshop. Poitiers, 2004.* P. 241–246.
17. *Kupershtokh A.L.* Criterion of numerical instability of liquid state in LBE simulations // *Comp. Math. Appl.* 2010. V. 59, N 7. P. 2236–2245; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.08.058
18. *Qian Y.H., d’Humières D., Lallemand P.* Lattice BGK models for Navier–Stokes equation // *Europhys. Lett.* 1992. V. 17, N 6. P. 479–484; DOI: 10.1209/0295-5075/17/6/001
19. *Qian Y.H., Chen S.* Finite size effect in lattice-BGK models // *Internat. J. Model. Phys. C.* 1997. V. 8, N 4. P. 763–771; DOI: 10.1142/S0129183197000655

20. *Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Griбанov I.I.* Thermal lattice Boltzmann method for multiphase flows // Phys. Rev. E. 2018. V. 98, N 2. Article 023308; DOI: 10.1103/PhysRevE.98.023308
21. *Ginzburg I., Adler P.M.* Boundary flow condition analysis for the three-dimensional lattice Boltzmann model // J. Phys. II France. 1994. V. 4, N 2. P. 191–214; DOI: 10.1051/jp2:1994123
22. *Ландау Л.Д., Лифшиц И.М.* Статистическая физика. Часть I. М.: Наука, 1976.
23. *Куперштох А.Л., Медведев Д.А.* Перфорация тонких жидких плёнок под действием неоднородного электрического поля // Прикл. механика и техн. физика. 2022. Т. 63, № 6. С. 12–20; DOI: 10.1134/S0021894422060025
24. *Li Q., Luo K.H., Kang Q.J., Chen Q.* Contact angles in the pseudopotential lattice Boltzmann modeling of wetting // Phys. Rev. E. 2014. V. 90, N 5. Article 053301; DOI: 10.1103/PhysRevE.90.053301