

УДК 519.63:532.22:532.64:536.42

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ПОДЛОЖКИ ПРИ ИСПАРЕНИИ ЧИСТОГО ПАРА С ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОЙ ПЛЁНКИ И КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ

© 2023 А. Л. Куперштох<sup>a</sup>, Д. А. Медведев<sup>b</sup>, А. В. Альянов<sup>c</sup>

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, 15, г. Новосибирск 630090, Россия*

E-mails: <sup>a</sup>sknew@mail.ru, <sup>b</sup>dmedv@hydro.nsc.ru, <sup>c</sup>aljanov-ant@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.04.2023 г.; после доработки 18.04.2023 г.;  
принята к публикации 27.04.2023 г.

Проведено численное исследование процесса охлаждения подложки в условиях испарения чистого пара с поверхности плёнки и капель жидкости. Моделирование такой двухфазной системы выполнялось методом решёточных уравнений Больцмана с учётом теплопроводности вещества и испарения. Использовалось уравнение состояния Ван-дер-Ваальса, описывающее фазовый переход жидкость-пар. Предложен новый метод задания граничных условий на плоской поверхности для моделирования контактных углов смачивания в методе решёточных уравнений Больцмана. При испарении и конденсации учитывалась скрытая теплота фазового перехода. Показано, что процесс зависит от толщины плёнки и скорости удаления пара с её поверхности. Рассмотрены случаи принудительного оттока пара, а также метод конденсации пара на охлаждаемом конденсаторе. Показано, что тепловой поток от подложки резко возрастает в окрестности контактных линий капель. Проведено сравнение тепловых потоков при испарении плёнки и капель на подложке с разной смачиваемостью.

**Ключевые слова:** метод решёточных уравнений Больцмана, фазовые переходы, динамика многофазных сред, испарение, поток тепла, мезоскопические методы, компьютерное моделирование.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.306

### ВВЕДЕНИЕ

Для охлаждения нагретых поверхностей широко используются жидкие плёнки и капли. Эффективность таких методов связана с тем, что при испарении поверхность жидкости охлаждается из-за поглощения скрытой теплоты испарения. Вместе с тем процесс испарения связан с параметрами пара вблизи испаряющейся поверхности, т. е. насколько его плотность меньше, чем у насыщенного пара при данной температуре поверхности (закон Герца — Кнудсена) [1–3].

В реальных инженерных конструкциях отток пара от испаряющейся поверхности осуществляется несколькими способами. В простейшем случае пары жидкости уносятся диффузионным способом в окружающем газе. В так называемых тепловых трубках при поступлении пара в специальную секцию с пониженной температурой происходит его конденсация. Известен эффект интенсификации теплообмена при создании контактных линий путём разрыва плёнки, так как в окрестности контактной линии толщина жидкости уменьшается, градиент температуры локально увеличивается, и поток тепла возрастает [4–8]. В другом методе используется поток холодного газа вдоль поверхности протекающей плёнки, который уносит образовавшийся пар.

---

Работа выполнена в рамках государственного задания Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева (проект FWGG–2021–0006).

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

### 1.1. Метод решёточных уравнений Больцмана

Для моделирования двухфазных систем жидкость-пар успешно применяется метод решёточных уравнений Больцмана (LBE) [9–13]. Течение флюида в методе LBE моделируется ансамблем псевдочастиц, которые за шаг по времени  $\Delta t$  переносятся вдоль характеристик между соседними узлами пространственной решётки. Система описывается набором одночастичных функций распределения  $f_k$ ,  $k = \overline{0, m}$ , эволюция которых за шаг по времени  $\Delta t$  описывается следующими уравнениями:

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(\mathbf{x}, t) + \Omega_k\{f_k\} + \Delta f_k,$$

где  $\mathbf{c}_k$  — векторы скоростей псевдочастиц. Гидродинамические переменные (плотность  $\rho$  и скорость  $\mathbf{u}$ ) вычисляются по формулам

$$\rho = \sum_{k=0}^m f_k \quad \text{и} \quad \rho \mathbf{u} = \sum_{k=1}^m \mathbf{c}_k f_k.$$

Оператор столкновений  $\Omega_k\{f_k\}$  имеет вид релаксации функций распределения к локальному равновесию [14]:

$$\Omega_k\{f_k\} = (f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) - f_k(\mathbf{x}, t))/\tau,$$

где  $\tau$  — безразмерное время релаксации. Равновесные функции распределения  $f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u})$  записываются в виде разложения функции распределения Максвелла — Больцмана для дискретных скоростей  $\mathbf{c}_k$  частиц

$$f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) \sim \rho \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}_k - \mathbf{u})^2}{2\theta}\right)$$

в ряд по скорости  $\mathbf{u}$  до второго порядка [15]:

$$f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) = \rho w_k \left(1 + \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{u}}{\theta} + \frac{(\mathbf{c}_k \mathbf{u})^2}{2\theta^2} - \frac{\mathbf{u}^2}{2\theta}\right), \quad (1)$$

здесь  $\theta$  — нормированная кинетическая температура псевдочастиц, которую обычно выбирают равной  $\theta = (h/\Delta t)^2/3$ , где  $h$  — шаг расчётной сетки.

Для учёта изменения функций распределения  $\Delta f_k$  под действием внутренних и внешних сил использовался метод точной разности (EDM) [16, 17]:

$$\Delta f_k = f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}) - f_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}),$$

где изменение скорости за шаг по времени  $\Delta \mathbf{u}$  определяется полной силой  $\mathbf{F}$ , действующей на вещество в узле,  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{F} \Delta t / \rho$ .

Использовались два варианта метода LBE: одномерный D1Q3 с тремя скоростями псевдочастиц и двумерный D2Q9 с девятью скоростями [18]. Коэффициенты в уравнении (1) для одномерного варианта D1Q3 равны  $w_0 = 2/3$ ,  $w_{1,2} = 1/6$ , а для двумерного D2Q9 имеем  $w_0 = 4/9$ ,  $w_{1-4} = 1/9$  и  $w_{5-8} = 1/36$ .

Компьютерное моделирование фазовых переходов методом LBE представляет собой метод сквозного счёта границ раздела фаз. Вместо разрыва плотности моделируется тонкий переходной слой жидкость-пар, в котором плотность изменяется плавно на масштабах нескольких узлов решётки (аналогично методам сквозного счёта ударных волн в газовой динамике). В этом случае жидкая и газообразная фазы описываются единообразно. Для этого вводятся силы, действующие между веществом в соседних узлах решётки (метод псевдопотенциала). Полная

сила, действующая на узел, имеет вид  $\mathbf{F} = -\nabla U$ , где псевдопотенциал  $U = P(\rho, T) - \rho\theta$  выражается через уравнение состояния [19]. Эти силы обеспечивают поверхностное натяжение в тонком переходном слое между фазами, где плотность вещества изменяется сильно.

В работе [20] был предложен вариант метода ЛВЕ для описания тепломассопереноса в среде с фазовыми переходами. В нём учитываются испарение и конденсация в соответствии с уравнением состояния флюида, теплопроводность вещества, работа сил давления и теплота фазового перехода. Для описания конвективного переноса энергии используется метод пассивного скаляра (дополнительный комплект функций распределения  $g_k$ ). Уравнения эволюции функций распределения имеют вид

$$g_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = g_k(\mathbf{x}, t) + \frac{g_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) - g_k(\mathbf{x}, t)}{\tau_E} + \Delta g_k(\mathbf{x}, t).$$

При этом внутренняя энергия единицы объёма равна  $E = \sum_{k=0}^m g_k$ . Равновесные функции распределения  $g_k^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u})$  записываются аналогично уравнению (1). Работа сил давления и перенос тепла за счёт кондуктивной теплопроводности учитываются обычным конечно-разностным методом. В одномерном случае это выглядит следующим образом:

$$\frac{\Delta E_i}{\Delta t} = -p_i \frac{u_{i+1}^* - u_{i-1}^*}{2h} + \lambda \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{h^2},$$

здесь физическая скорость  $\mathbf{u}^*$  вычисляется по формуле [21]

$$\rho \mathbf{u}^* = \sum_{k=1}^m \mathbf{c}_k f_k + \mathbf{F} \Delta t / 2,$$

а  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности. При этом изменения функций распределения равны

$$\Delta g_k(\mathbf{x}, t) = g_k(\mathbf{x}, t) \frac{\Delta E_i}{E_i}.$$

В качестве уравнения состояния выбрано уравнение состояния Ван-дер-Ваальса. Для плотности, давления и температуры используются приведённые переменные, а для времени и линейных масштабов — решёточные единицы.

## 1.2. Учёт теплоты фазового перехода для газа Ван-дер-Ваальса

Внутренняя энергия одного моля газа, имеющего уравнение состояния Ван-дер-Ваальса

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

выражается формулой  $E_{\text{mol}} = E_{\text{ideal}} - a/V$  (см. [22]).

Для единицы массы вещества это можно записать в виде  $\varepsilon = C_V T - a\rho$  (удельная внутренняя энергия), где  $C_V$  — удельная теплоёмкость при постоянном объёме. Теплота фазового перехода представляет собой изменение внутренней энергии вещества в процессе уменьшения плотности от плотности жидкости  $\rho_L$  до плотности паров  $\rho_V$  при постоянной температуре. Из выражения для внутренней энергии получаем

$$Q = \varepsilon_V - \varepsilon_L = a(\rho_L - \rho_V), \quad (2)$$

здесь  $\rho_L$  и  $\rho_V$  — равновесные плотности жидкости и пара. Зависимость удельной теплоты фазового перехода от температуры  $Q(T)$  учитывается неявно за счёт зависимостей  $\rho_L$  и  $\rho_V$  от

температуры. Теплота фазового перехода уменьшается до нуля при стремлении температуры к критическому значению.

В [20] предложена формула для изменения внутренней энергии единицы объёма в ячейке переходного слоя за счёт фазового перехода

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho_L Q(T) d\rho}{\rho_L - \rho_V dt}.$$

Считается, что теплота фазового перехода  $Q$  выделяется в диапазоне изменения плотностей  $[\rho_V, \rho_L]$ , тогда с учётом уравнения (2) получаем выражение

$$\frac{dE}{dt} = a\rho_L \frac{d\rho}{dt} = -a\rho_L \rho \operatorname{div}(\mathbf{u}^*).$$

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрены несколько задач с комбинированным (кондуктивным и конвективным) переносом тепла с учётом фазовых переходов жидкость-пар, которые решались методом решётчных уравнений Больцмана. В одномерных постановках численные расчёты по моделям D1Q3 и D2Q9 показали совпадающие результаты.

### 2.1. Тестовая задача с однородным потоком вещества

Рассмотрена стационарная задача с однородным потоком вещества через область с заданным перепадом температур (рис. 1). Плотность вещества  $\rho$  и скорость  $u$  постоянны. Распределение температуры в таком течении описывается уравнением сохранения полного потока тепла

$$-\lambda \frac{dT}{dx} + \rho C u T = \text{const},$$

где  $C$  — удельная теплоёмкость вещества. Для этой задачи получено аналитическое решение

$$T(x) = T_0 - \Delta T \frac{\exp(\alpha x) - 1}{\exp(\alpha L) - 1},$$

где  $L$  — длина области,  $\Delta T = T_0 - T_L$  — перепад температуры, коэффициент  $\alpha = \rho C u / \lambda$ . Безразмерным параметром является число Пекле  $Pe = \alpha L$ .

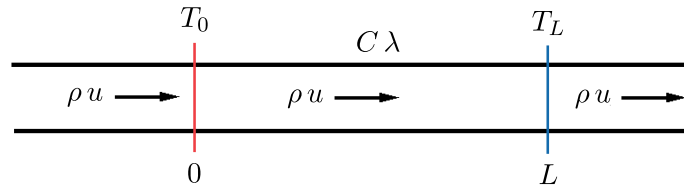


Рис. 1. Постановка задачи с однородным потоком вещества

Поток тепла за счёт теплопроводности (кондуктивный поток) равен

$$q_{\text{cond}} = -\lambda \frac{dT}{dx} = \rho C u \frac{\Delta T \exp(\alpha x)}{\exp(\alpha L) - 1},$$

а поток за счёт переноса энергии движущимся веществом (конвективный)

$$q_{\text{conv}} = \rho C u \left( T_0 - \frac{\Delta T (\exp(\alpha x) - 1)}{\exp(\alpha L) - 1} \right).$$

Действительно, при этом полный поток вдоль координаты  $x$  постоянный:

$$q_{\text{total}} = \rho C u \left( T_0 + \frac{\Delta T}{\exp(\alpha L) - 1} \right).$$

На рис. 2 показано сравнение аналитического и численного решения методом ЛВЕ при разных значениях коэффициента теплопроводности  $\lambda = 2$  ( $Pe = 1.12$ ) и  $\lambda = 20$  ( $Pe = 0.112$ ). При этом цветные кривые (ЛВЕ расчёты) наложены на теоретические кривые (чёрный пунктир) и совпадают с точностью до толщины линий. При увеличении теплопроводности  $\lambda$  распределения температуры и величин потоков стремятся к линейным зависимостям.

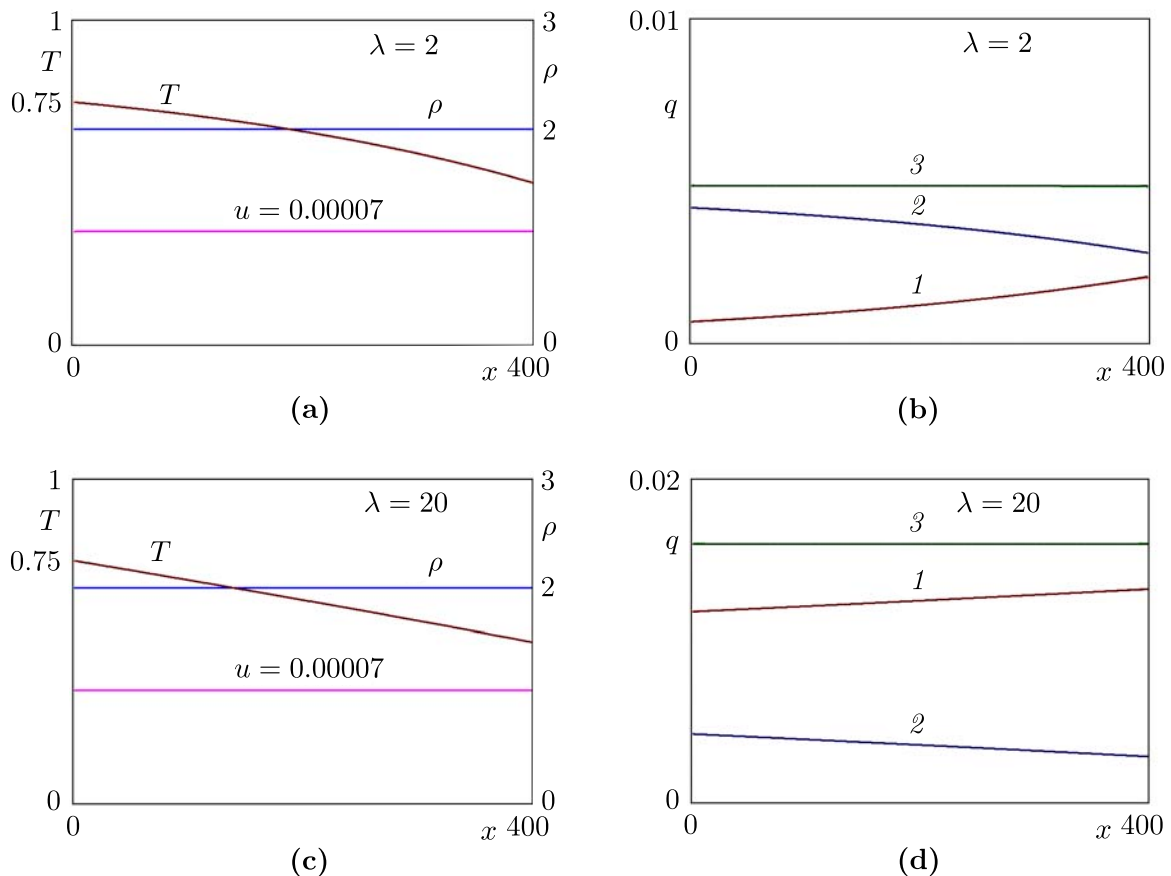


Рис. 2. Графики температуры, плотности и скорости (а), (с).  
Графики кондуктивного (кривые 1), конвективного (кривые 2)  
и полного (кривые 3) потоков (б), (d).

Плотность вещества  $\rho = 2$ , скорость  $u = 0.00007$ ,  $T_0 = 0.75$ ,  $T_L = 0.5$ ,  $C = 40$ ,  $\tau_E = 0.5003$

Необходимо отметить, что для внутренней энергии в методе ЛВЕ есть диффузия, связанная со временем релаксации  $\tau_E$ . В общем случае эффективный коэффициент теплопроводности есть сумма  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \rho C (\tau_E - 0.5)/3$ . При значениях  $\tau_E \rightarrow 0.5$  такой диффузией можно пренебречь.

## 2.2. Стационарная задача с фазовым переходом на границе жидкости

От предыдущей задачи постановка отличается тем, что происходит испарение жидкости. Задача рассматривается в системе отсчёта границы раздела жидкость-пар. Слева в расчётную область втекает жидкость с температурой  $T_0$ . Для жидкой фазы задаётся коэффициент теплопроводности  $\lambda$ . Значение коэффициента теплопроводности пара принято в 20 раз меньше. На правой границе области  $x = L$  обеспечивается отток пара с заданной скоростью  $u_0$ .

При этом потоки массы вытекающей жидкости и массы вытекающего пара равны. Для этого на правой границе области задаются граничные условия для функций распределения LBM  $f_k$ . В одномерном случае это соответствует [3]

$$f_{-1}(n_x + 1) = \beta f_1(n_x), \quad \text{где} \quad \beta = \frac{1 - 3u_0 + 3u_0^2}{1 + 3u_0 + 3u_0^2}.$$

Для процесса испарения  $u_0 > 0$  и соответственно  $\beta < 1$ . Через некоторое время устанавливается стационарное распределение температуры и плотности. Результаты показаны на рис. 3. На поверхности плёнки происходит поглощение тепла из-за скрытой теплоты испарения на границе раздела фаз (кривые 1 на рис. 3(а,с)). При увеличении коэффициента теплопроводности потоки тепла становятся больше несмотря на то, что перепад температуры уменьшается.

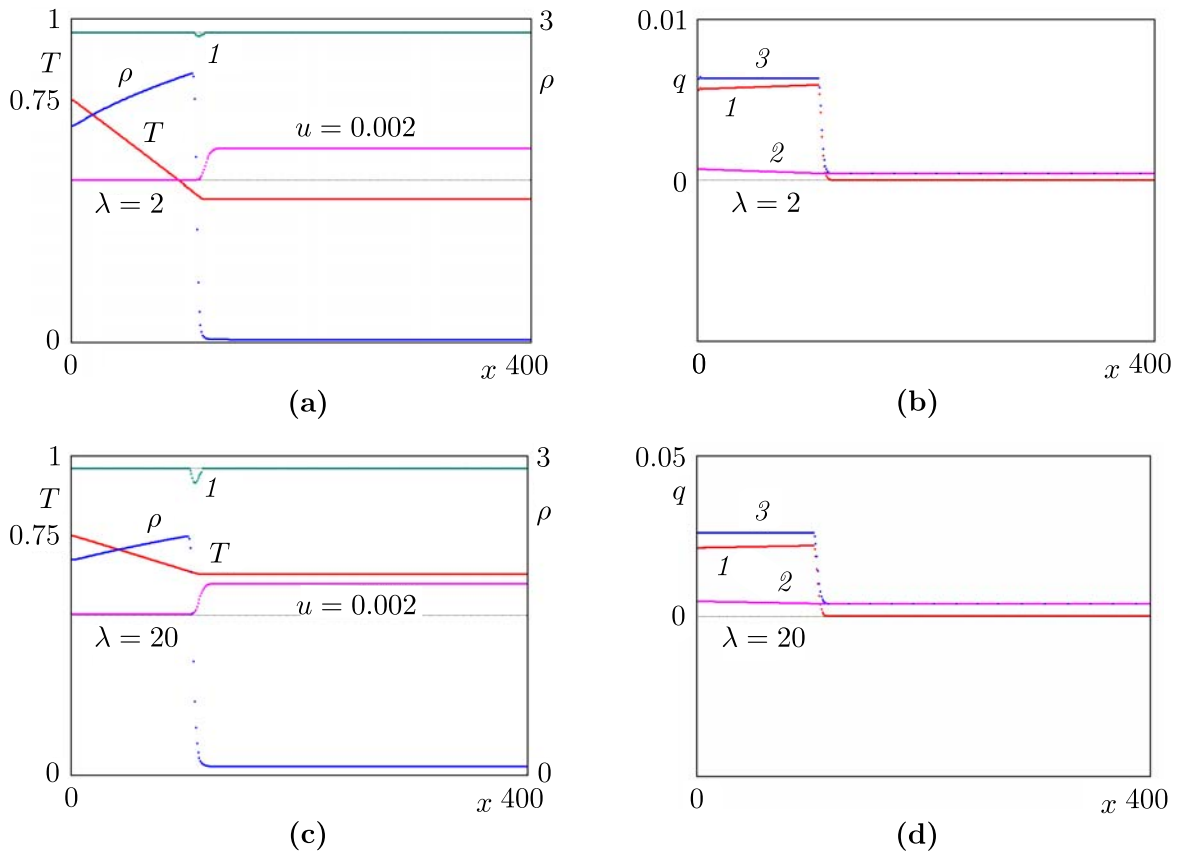


Рис. 3. Графики температуры, плотности и скорости (а), (с).  
Графики кондуктивного (кривые 1), конвективного (кривые 2)  
и полного (кривые 3) потоков (b), (d);  $C_V = 40$ ;  
 $\lambda = 2$ ,  $\tau_E = 0.505$  (а), (b);  $\lambda = 20$ ,  $\tau_E = 0.501$  (с), (d)

### 2.3. Плёнка жидкости на поверхности нагретой подложки с оттоком пара

В начальном состоянии на горизонтальной поверхности подложки создавалась плёнка жидкой фазы плотностью  $\rho$ , а над ней — насыщенный пар. Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения, равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Во всей области задавалась постоянная температура  $T_0$  и скорость вещества  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки ( $y = 0$ ) скачком увеличивалась  $T = T_0 + \Delta T$ . За счёт теплопроводности жидкости плёнка начинает прогреваться. На верхней границе области  $y = L$  обеспечивается отток пара с заданной скоростью  $u_0$ . При этом в одномерном случае между поверхностью

плёнки и границей области через некоторое время устанавливается квазистационарный режим истечения пара, т. е. создаётся однородный поток пара с постоянной скоростью, плотностью и температурой (рис. 4(a)).

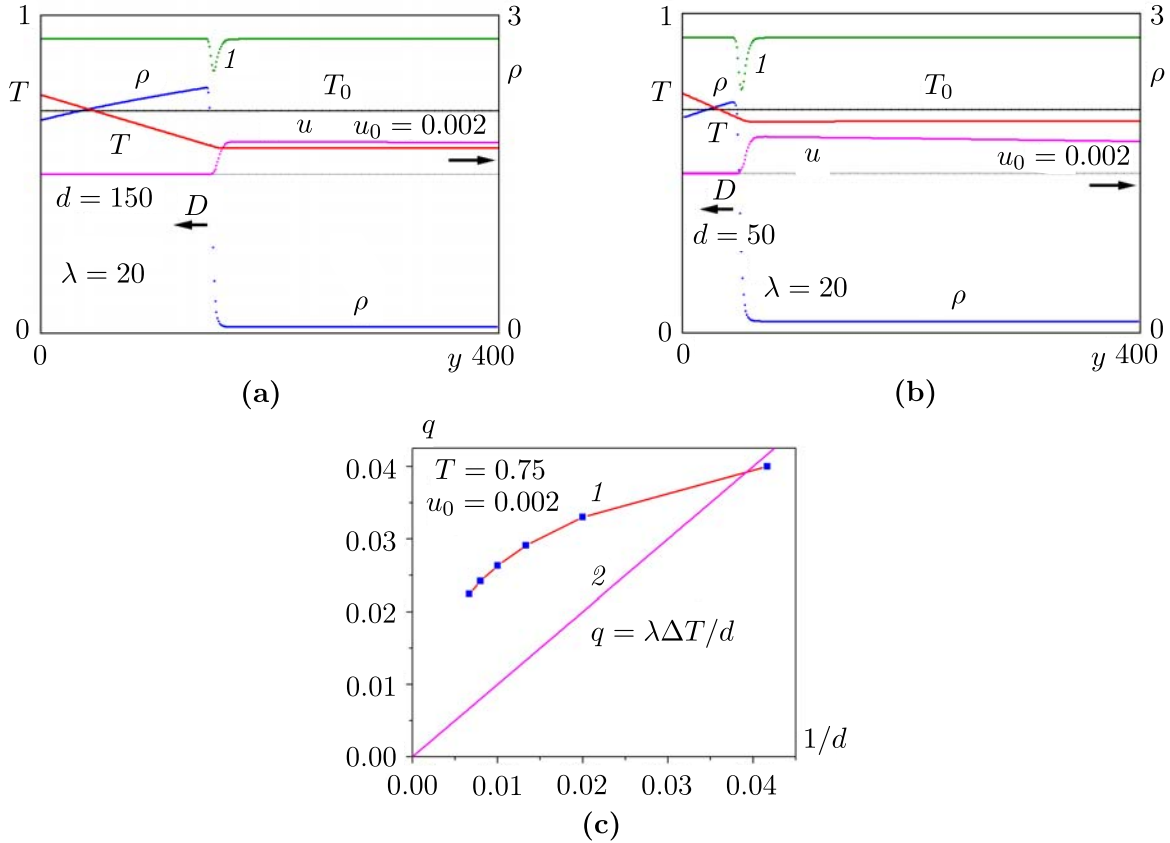


Рис. 4. Квазистационарный режим течения при оттоке пара на верхней границе (а), (b);  $u_0 = 0.002$ . Начальное состояние  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$ . Текущая толщина плёнки 150 (а) и 50 (b).

Температура подложки  $T = 0.75$ . Коэффициент теплопроводности  $\lambda = 20$ .

Зависимость потока тепла с подложки  $q$  от текущей толщины испаряющейся плёнки жидкости  $d$  (c)

Поток тепла от нагретой подложки к поверхности плёнки жидкости зависит от её теплопроводности, толщины и перепада температур. Для тонких плёнок и относительно высокой теплопроводности жидкости распределение температуры по толщине плёнки в квазистационарном режиме испарения близкое к линейному (рис. 4(a,b)). На поверхности плёнки происходит поглощение тепла из-за скрытой теплоты испарения на границе раздела фаз (кривые  $1$  на рис. 4(a,b)). Поток тепла, отводимый от подложки, зависит от скорости испарения жидкости на поверхности, т. е. от скорости оттока пара от плёнки. При увеличении скорости оттока пара тепловой поток с подложки увеличивается. Поток тепла зависит также от толщины плёнки  $d$  (рис. 4(c)). При постоянном перепаде температур зависимость от  $1/d$  должна быть линейная  $q = \lambda \Delta T / d$  (кривая  $2$ ). Однако перепад температуры на плёнке тоже зависит от её толщины (рис. 4(a,b)), поэтому зависимость от  $1/d$  получается нелинейной (кривая  $1$  на рис. 4(c)).

#### 2.4. Плёнка жидкости на поверхности нагретой подложки с конденсацией пара на верхней границе области

В начальном состоянии на поверхности подложки и на верхней границе создавались плёнки жидкой фазы, а между ними насыщенный пар (рис. 5(a)). Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Во всей

области задавалась постоянная начальная температура  $T_0$  и скорость  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки скачком увеличивалась  $T = T_0 + \Delta T$ , а на верхней границе области  $y = L$  (конденсатор) уменьшалась до  $T_{\text{con}}$ . Через некоторое время устанавливается квазистационарный режим, при котором происходит испарение плёнки на подложке с поглощением скрытой теплоты испарения и конденсация пара на поверхности плёнки жидкости у холодной границы области с выделением скрытой теплоты конденсации (кривая 1 на рис. 5(b)). Фактически это модель тепловых трубок, широко используемых в технике для охлаждения оборудования и микроэлектроники.

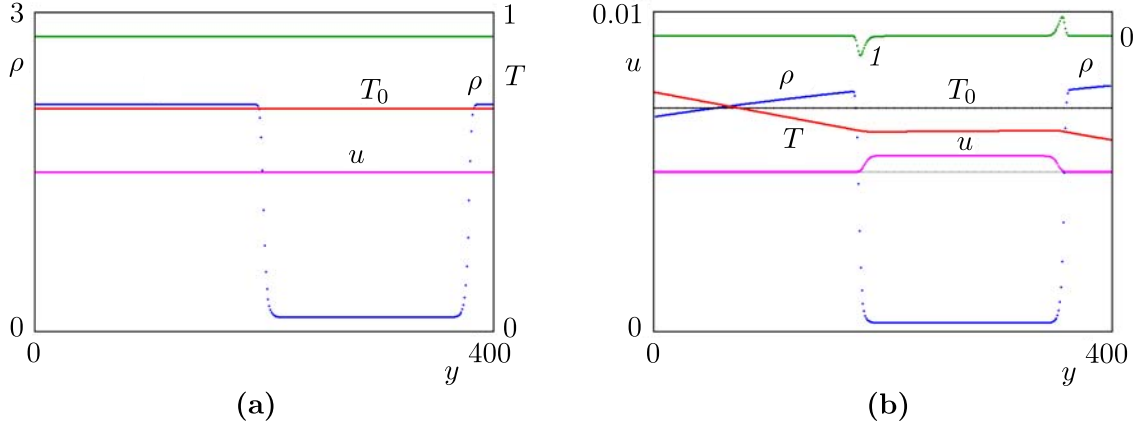


Рис. 5. Начальное состояние:  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$  (a). Квазистационарный режим течения (b). Включены нагрев подложки  $T = 0.75$ , конденсатор пара  $T_{\text{con}} = 0.6$  и теплопроводность  $\lambda = 20$

## 2.5. Капля жидкости на поверхности нагретой подложки с конденсацией пара на верхней границе области

На поверхность подложки помещалась капля жидкости «полусферической» формы, на верхней границе создавалась плёнка жидкой фазы, а между ними «насыщенный» пар (рис. 6(a)). Задавалось небольшое поле тяжести с ускорением свободного падения, равным  $g = 10^{-7}$  в решёточных единицах. Чтобы обеспечить нейтральное смачивание подложки, в двумерном случае вводятся силы взаимодействия флюида с тремя соседними узлами твёрдой поверхности [23, 24]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^3 w_j B \Phi_{\text{solid}}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{e}_j.$$

Здесь функция  $\Phi_{\text{solid}}$  в узле твёрдой поверхности принимает значение, равное значению функции  $\Phi(\mathbf{x}) = \sqrt{-U}$  в ближайшем узле флюида,  $w_j$  — весовые коэффициенты. Параметр  $B$  определяет смачиваемость поверхности и контактный угол. Для нейтральной смачиваемости  $B = 1$ . Недостатком методов [23, 24] при изменении смачиваемости является то, что в прилегающем тонком слое жидкости изменяется её плотность. В данной работе для возможности изменения значений контактных углов предложен новый метод, лишённый этого недостатка, в котором по сравнению с нейтральным смачиванием при  $B = 1$  вводятся дополнительно только горизонтальные составляющие сил, действующих на соседние с подложкой узлы флюида:

$$F_x(\mathbf{x}) = \beta \Phi(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^3 \Phi_{\text{solid}}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_j) \cdot e_{jx}.$$

Множитель  $\beta = 0$  соответствует нейтральному смачиванию,  $\beta < 0$  соответствует гидрофильным поверхностям, а  $\beta > 0$  — гидрофобным.



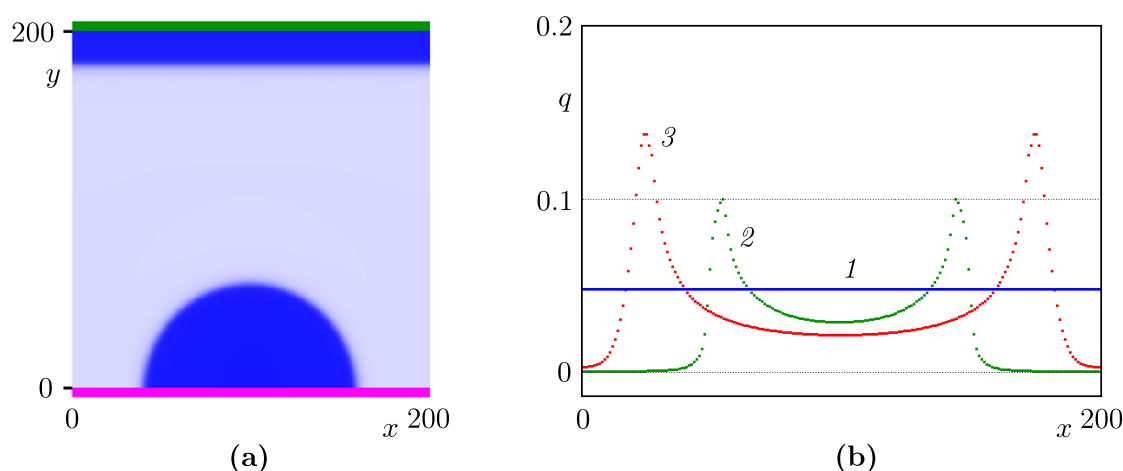


Рис. 6. Капля на твёрдой подложке (а). Начальные радиус капли  $R = 60$ , угол смачивания  $90^\circ$ ,  $T_0 = 0.7$ ,  $u = 0$ ; размер 2D расчётной сетки  $200 \times 200$ .  
 Распределение теплового потока по подложке (b): 1 – плоская плёнка, 2 – капля с нейтральным смачиванием, 3 – капля на гидрофильной поверхности ( $\beta = -0.3$ ). Температура подложки  $T = 0.75$ ; температура конденсатора пара  $T_{\text{con}} = 0.6$ ; коэффициент теплопроводности жидкости  $\lambda = 20$

В начальном состоянии во всей области  $L \times L$  задавалась постоянная температура  $T_0$  и скорость  $u$ , равная нулю. Затем температура подложки скачком увеличивалась до  $T(x, 0) = T_0 + \Delta T$ , а на верхней границе области при  $y = L$  уменьшалась до  $T_{\text{con}} < T_0$ . По координате  $x$  использовались периодические граничные условия для функций распределения  $f_k(L, y) = f_k(0, y)$  и  $g_k(L, y) = g_k(0, y)$ . После этого происходит прогрев капли и испарение жидкости с её поверхности. Сверху области происходит конденсация пара на охлаждаемой плёнке. На рис. 6(a) показано начальное распределение плотности флюида.

Тепловой поток от подложки  $q$  значительно больше в окрестности контактных линий капель (рис. 6(b), кривые 2 и 3), что соответствует экспериментам [4–8]. При этом уменьшение контактного угла увеличивает вклад контактных линий (кривая 3).

Суммарный тепловой поток от подложки в двухмерном случае вычисляется следующим образом:

$$q_{\text{total}} = - \int_0^L \lambda_{\text{eff}}(x, 0) \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} dx.$$

Для капли с нейтральным смачиванием он равен  $q_{\text{total}} = 4.9$  (кривая 2), а для капли на гидрофильной поверхности  $q_{\text{total}} = 7.6$  (кривая 3). Эти значения меньше, чем теплоотвод для плоской плёнки того же объёма  $q_{\text{total}} = 9.8$  (кривая 1). Таким образом, уменьшение угла смачивания увеличивает теплоотвод в окрестности контактной линии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено моделирование методом решёточных уравнений Больцмана процесса охлаждения подложки в условиях испарения чистого пара с поверхности плёнки и капель жидкости. Предложен новый метод задания граничных условий на плоской поверхности для моделирования контактных углов смачивания в методе ЛВЕ. Показано, что процесс охлаждения подложки зависит от толщины плёнки и скорости удаления пара с её поверхности. Рассмотрены случаи принудительного оттока и конденсации пара на охлаждаемом конденсаторе. Показано, что тепловой поток от подложки сильно увеличивается в окрестности контактных линий капель. Проведено сравнение тепловых потоков при испарении плёнки и капель на подложке с разной

смачиваемостью. Суммарный теплоотвод от подложки для капель оказался меньше, чем для плоской плёнки того же объёма и примерно той же площади поверхности.

Авторы благодарны А. А. Черевко, старшему научному сотруднику Института гидродинамики СО РАН, за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Hirth J.P., Pound G.M.* Condensation and Evaporation. London: Pergamon Press, 1963.
2. *Kupershtokh A.L.* An evaporation flux of pure vapor in the method of lattice Boltzmann equations // *J. Phys. Conf. Ser.* 2021. V. 2057. Article 012070; DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012070
3. *Куперштох А.Л., Альянов А.В.* Испарение и конденсация чистого пара на поверхности жидкости в методе решёточных уравнений Больцмана // *Вычисл. методы и программирование.* 2022. Т. 23, № 4. С. 311–327; DOI: 10.26089/NumMet.v23r419
4. *Marchuk I., Karchevsky A., Surtayev A., Kabov O.* Heat flux at the surface of metal foil heater under evaporating sessile droplets // *Internat. J. Aerospace Engrg.* 2015. Article 391036 (1-5); DOI: 10.1155/2015/391036
5. *Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A.* Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line // *Appl. Math. Model.* 2016. V. 40, N 2. P. 1029–1037.
6. *Gibbons M.J., Howe C.M., Di Marco P., Robinson A.J.* Local heat transfer to an evaporating sessile droplet in an electric field // *J. Phys. Conf. Ser.* 2016. V. 745, N 3. Article 032066; DOI: 10.1080/1742-6596/745/3/032066
7. *Ajaev V.S., Kabov O.A.* Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces // *Internat. J. Heat Mass Transfer.* 2017. V. 108. P. 918–932; DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.079
8. *Чеверда В.В., Карчевский А.Л., Марчук И.В., Кабов О.А.* Плотность теплового потока в области контактной линии капли, лежащей на горизонтальной поверхности тонкой нагреваемой фольги // *Теплофизика и аэромеханика.* 2017. Т. 24, № 5. С. 825–828; [https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE\\_ID=171749](https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE_ID=171749)
9. *McNamara G.R., Zanetti G.* Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V. 61, N 20. P. 2332–2335; DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.2332
10. *Higuera F.J., Jiménez J.* Boltzmann approach to lattice gas simulations // *Europhys. Lett.* 1989. V. 9, N 7. P. 663–668; DOI: 10.1209/0295-5075/9/7/009
11. *Aidun C.K., Clausen J.R.* Lattice-Boltzmann method for complex flows // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2010. V. 42. P. 439–472; DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145519
12. *Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Karpov D.I.* On equations of state in a lattice Boltzmann method // *Comput. Math. Appl.* 2009. V. 58, N 5. P. 965–974; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.02.024
13. *Kupershtokh A.L.* Simulation of flows with liquid–vapor interfaces by the lattice Boltzmann method // *Vestnik NGU. Ser. Math. Mech. Inform.* 2005. V. 5, N 3. P. 29–42.
14. *Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M.K.* A model for collision process in gases. I. Small amplitude process in charged and neutral one-component system // *Phys. Rev.* 1954. V. 94, N 3. P. 511–525; DOI: 10.1103/PhysRev.94.511
15. *Koelman J.M.V.A.* A simple lattice Boltzmann scheme for Navier–Stokes fluid flow // *Europhys. Lett.* 1991. V. 15, N 6. P. 603–607; DOI: 10.1209/0295-5075/15/6/007
16. *Kupershtokh A.L.* New method of incorporating a body force term into the lattice Boltzmann equation // *Proc. 5th Internat. EHD Workshop. Poitiers, 2004.* P. 241–246.
17. *Kupershtokh A.L.* Criterion of numerical instability of liquid state in LBE simulations // *Comput. Math. Appl.* 2010. V. 59, N 7. P. 2236–2245; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.08.058
18. *Qian Y.H., d’Humières D., Lallemand P.* Lattice BGK models for Navier–Stokes equation // *Europhys. Lett.* 1992. V. 17, N 6. P. 479–484; DOI: 10.1209/0295-5075/17/6/001
19. *Qian Y.H., Chen S.* Finite size effect in lattice-BGK models // *Internat. J. Model. Phys. C.* 1997. V. 8, N 4. P. 763–771; DOI: 10.1142/S0129183197000655

20. *Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Griбанov I.I.* Thermal lattice Boltzmann method for multiphase flows // *Phys. Rev. E.* 2018. V. 98, N 2. Article 023308; DOI: 10.1103/PhysRevE.98.023308
21. *Ginzburg I., Adler P.M.* Boundary flow condition analysis for the three-dimensional lattice Boltzmann model // *J. Phys. II France.* 1994. V. 4, N 2. P. 191–214; DOI: 10.1051/jp2:1994123
22. *Ландау Л.Д., Лифшиц И.М.* Статистическая физика. Часть I. М.: Наука, 1976.
23. *Куперштох А.Л., Медведев Д.А.* Перфорация тонких жидких плёнок под действием неоднородного электрического поля // *Прикл. механика и техн. физика.* 2022. Т. 63, № 6. С. 12–20; DOI: 10.1134/S0021894422060025
24. *Li Q., Luo K.H., Kang Q.J., Chen Q.* Contact angles in the pseudopotential lattice Boltzmann modeling of wetting // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 90, N 5. Article 053301; DOI: 10.1103/PhysRevE.90.053301

UDC 519.63:532.22:532.64:536.42

**SIMULATION OF SUBSTRATE COOLING DURING EVAPORATION  
OF PURE VAPOR FROM THE SURFACE OF A THIN LIQUID FILM  
AND DROPLETS**© 2023 A. L. Kupershtokh<sup>a</sup>, D. A. Medvedev<sup>b</sup>, A. V. Alyanov<sup>c</sup>*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,  
pr. Acad. Lavrentyeva 15, Novosibirsk 630090, Russia*E-mails: <sup>a</sup>sknew@mail.ru, <sup>b</sup>dmedv@hydro.nsc.ru, <sup>c</sup>aljanov-ant@yandex.ru

Received 17.04.2023, revised 18.04.2023, accepted 27.04.2023

**Abstract.** A numerical study of the process of cooling the substrate under the conditions of evaporation of pure vapor from the surface of the film and a droplet of liquid was carried out. The lattice Boltzmann method was used for modeling of such a two-phase system, taking into account the thermal conductivity of the substance and evaporation. The van der Waals equation of state was used, which describes the liquid-vapor phase transition. A new method for setting the boundary conditions on a flat surface for modeling the contact wetting angles in the lattice Boltzmann method is proposed. During evaporation and condensation, the latent heat of the phase transition was taken into account. It is shown that the process depends on the film thickness and the rate of vapor removal from its surface. The cases of forced outflow of vapor, as well as the method of vapor condensation on a cooled condenser, are considered. It is shown that the heat flux from the substrate increases sharply in the vicinity of the droplet contact lines. A comparison is made of the heat fluxes during the evaporation of a film and droplets on a substrate with different wettability.

**Keywords:** lattice Boltzmann method, phase transitions, dynamics of multiphase media, evaporation, heat flux, mesoscopic methods, computer simulation.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.306

## REFERENCES

1. Hirth J.P., Pound G.M. Condensation and Evaporation. London: Pergamon Press, 1963.
2. Kupershtokh A.L. An evaporation flux of pure vapor in the method of lattice Boltzmann equations. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2021, Vol. 2057, article 012070; DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012070
3. Kupershtokh A.L., Alyanov A.V. Isparenie i kondensaciya chistogo para na poverhnosti zhidkosti v metode reshetochnyh uravnenii Bol'cmana. *Comput. Meth. Program.*, 2022, Vol. 23, No. 4. pp. 311–327 (in Russian); DOI: 10.26089/NumMet.v23r419
4. Marchuk I., Karchevsky A., Surtaev A., Kabov O. Heat flux at the surface of metal foil heater under evaporating sessile droplets. *Internat. J. Aerospace Engrg.*, 2015, article 391036 (1-5); DOI: 10.1155/2015/391036
5. Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A. Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line. *Appl. Math. Model.*, 2016, Vol. 40, No. 2, pp. 1029–1037.
6. Gibbons M.J., Howe C.M., Di Marco P., Robinson A.J. Local heat transfer to an evaporating sessile droplet in an electric field. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2016, Vol. 745, No. 3, article 032066; DOI: 10.1080/1742-6596/745/3/032066
7. Ajaev V.S., Kabov O.A. Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces. *Internat. J. Heat Mass Transfer*, 2017, Vol. 108, pp. 918–932; DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.079

8. Cheverda V.V., Karchevskij A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A. Plotnost' teplovogo potoka v oblasti kontaktnoi linii kapli, lezhashhei na gorizonta'noi poverhnosti tonkoi nagrevaemoi fol'gi [The heat flux density in the area of the contact line of the drop lying on the horizontal surface of the thin heated foil]. *Thermophys. Aeromech.*, 2017, Vol. 24, No. 5, pp. 825–828 (in Russian); [https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE\\_ID=171749](https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=171733&ARTICLE_ID=171749)
9. McNamara G.R., Zanetti G. Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 61, No. 20, pp. 2332–2335; DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.2332
10. Higuera F.J., Jiménez J. Boltzmann approach to lattice gas simulations. *Europhys. Lett.*, 1989, Vol. 9, No. 7, pp. 663–668; DOI: 10.1209/0295-5075/9/7/009
11. Aidun C.K., Clausen J.R. Lattice-Boltzmann method for complex flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2010, Vol. 42, pp. 439–472; DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145519
12. Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Karpov D.I. On equations of state in a lattice Boltzmann method. *Comput. Math. Appl.*, 2009, Vol. 58, No. 5, pp. 965–974; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.02.024
13. Kupershtokh A.L. Simulation of flows with liquid–vapor interfaces by the lattice Boltzmann method. *Vestnik NGU. Ser. Math. Mech. Inform.*, 2005, Vol. 5, No. 3, pp. 29–42.
14. Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M.K. A model for collision process in gases. I. Small amplitude process in charged and neutral one-component system. *Phys. Rev.*, 1954, Vol. 94, No. 3, pp. 511–525; DOI: 10.1103/PhysRev.94.511
15. Koelman J.M.V.A. A simple lattice Boltzmann scheme for Navier–Stokes fluid flow. *Europhys. Lett.*, 1991, V. 15, No. 6, pp. 603–607; DOI: 10.1209/0295-5075/15/6/007
16. Kupershtokh A.L. New method of incorporating a body force term into the lattice Boltzmann equation. *Proc. 5th Internat. EHD Workshop. Poitiers*, 2004, pp. 241–246.
17. Kupershtokh A.L. Criterion of numerical instability of liquid state in LBE simulations. *Comp. Math. Appl.*, 2010, Vol. 59, No. 7, pp. 2236–2245; DOI: 10.1016/j.camwa.2009.08.058
18. Qian Y.H., d'Humières D., Lallemand P. Lattice BGK models for Navier–Stokes equation. *Europhys. Lett.*, 1992, Vol. 17, No. 6, pp. 479–484; DOI: 10.1209/0295-5075/17/6/001
19. Qian Y.H., Chen S. Finite size effect in lattice-BGK models. *Internat. J. Model. Phys. C.*, 1997, Vol. 8, No 4, pp. 763–771; DOI: 10.1142/S0129183197000655
20. Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Gribanov I.I. Thermal lattice Boltzmann method for multiphase flows. *Phys. Rev. E.*, 2018, Vol. 98, No. 2, article 023308; DOI: 10.1103/PhysRevE.98.023308
21. Ginzburg I., Adler P.M. Boundary flow condition analysis for the three-dimensional lattice Boltzmann model. *J. Phys. II France*, 1994, Vol. 4, No. 2, pp. 191–214; DOI: 10.1051/jp2:1994123
22. Landau L.D., Lifshic I.M. *Statisticheskaya Fizika. V. I.* Moscow: Nauka, 1976 (in Russian).
23. Kupershtoh A.L., Medvedev D.A. Perforaciya tonkih zhidkih plenok pod dejstviem neodnorodnogo elektricheskogo polya. *Prikl. Mekh. Tekhn. Fiz.*, 2022, Vol. 63, No. 6, pp. 12–20 (in Russian); DOI: 10.1134/S0021894422060025
24. Li Q., Luo K.H., Kang Q.J., Chen Q. Contact angles in the pseudopotential lattice Boltzmann modeling of wetting. *Phys. Rev. E.*, 2014, Vol. 90, No. 5, article 053301; DOI: 10.1103/PhysRevE.90.053301